

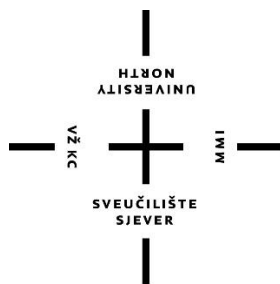
**Sveučilište
Sjever**

Završni rad br. 332/GR/2018

**Granično stanje naprezanja prema grafičkoj metodi S.
Goluškeviča**

Lucija Kučina, 1060/336

Varaždin, rujan 2018. godine



Sveučilište Sjever

Odjel za Graditeljstvo
Završni rad br. 332/GR/2018

Granično stanje naprezanja prema grafičkoj metodi S. Goluškeviča

Student

Lucija Kučina, 1060/336

Mentor

dr.sc. Aleksej Aniskin, v.pred.

Varaždin, rujan 2018. godine

Prijava završnog rada

Definiranje teme završnog rada i povjerenstva

ODJEL	Odjel za graditeljstvo		
PRISTUPNIK	Lucija Kučina	MATIČNI BROJ	1060/336
DATUM	30.08.2018.	KOLEGIJ	Otpornost materijala
NASLOV RADA	Granično stanje naprezanja prema grafičkoj metodi S. Goluškeviča		
NASLOV RADA NA ENGL. JEZIKU	Limit stress state criteria by grafical method of S. Golushkevich		

MENTOR	dr.sc. Aleksej Aniskin	ZVANJE	viši predavač
ČLANOVI POVJERENSTVA	1. prof.dr.sc. Božo Soldo		
	2. dr.sc. Matija Orešković, v.pred.		
	3. dr.sc. Aleksej Aniskin, v.pred.		
	4. Željko Kos, predavač		
	5. Predrag Presečki, predavač		

Zadatak završnog rada

BROJ	332/GR/2018
OPIS	

Pristupnik treba u radu općenito opisati pojam graničnog stanja naprezanja materijala. Zatim opisati osnovne pretpostavke, princip i metodologiju konstrukcije graničnog stanja naprezanja grafičkom metodom prema S. Goluškeviču na primjeru tla, opisati inženjerski način izračuna aktivnog tlaka tla na zid te usporediti rezultate sa postojećem metodom Coulomba.

U radu je potrebno obraditi sljedeće teme:

1. Uvodni dio - općenito o graničnom stanju naprezanja
2. Pretpostavke i princip grafičke metode S. Goluškeviča
3. Inženjerska primjena metode
4. Primjer riješenog zadatka aktivnog tlaka tla na zid i usporedba rezultata
5. Zaključak

ZADATAK URUČEN

6.9.2018.



POTPIS MENTORA

[Handwritten signature]

Predgovor

Veliku zahvalnost u prvom redu, dugujem svom mentoru višem predavaču dr.sc. Alekseju Aniskinu. Hvala Vam što ste uvijek imali razumijevanja i kroz cijeli proces izrade Završnog rada pratili svojim savjetima, podrškom i znanjem. Izniman ste stručnjak kao i čovjek. Bili ste nam uzor i primjer, od srca Vam hvala !

Zahvaljujem se svojim roditeljima, kojima i posvećujem ovaj Završni rad. Hvala Vam na beskonačnom strpljenju, razumijevanju i ljubavi.

Hvala svim mojim prijateljima, dragim ljudima, profesorima Sveučilišta Sjever, na zajedničkim trenutcima, iskustvima i razgovorima koji su od mene načinili osobu.

Lucija Kučina

Sažetak

U završnom radu opisan je općeniti pojam graničnog stanja naprezanja, prema osnovnim pretpostavkama, principima i metodologijom konstrukcije graničnog stanja naprezanja grafičkom metodom prema S.Goluškeviču na primjeru tla. Opisani su pojmovi aktivni tlak i pasivni otpor, te inženjerski način izračuna aktivnog tlaka na zid sa usporedbom rezultata sa postojećom metodom Coulumba.

Ključne riječi: aktivni tlak, pasivni otpor, tlo, stvarna naprezanja, sumarna naprezanja, tlačno naprezanje, koherentno tlo, nekoherentno tlo, radijus vektor, klizne plohe.

Summary

In the final work, the general term of the boundary state of stress is described by the basic assumptions, principles and methodology of the construction of the stress state by the graphical method according to S. Golushkevich on the soil sample. The terms used are active pressure and passive resistance, as well as an engineer's way of calculating active pressure on the wall with a comparison of results with the existing Coulumba method.

Key words: active pressure, passive resistance, soil, actual stresses, summative stresses, pressure strain, coherent soil, non-coherent soil, radius vector, sliding surface.

Popis korištenih kratica

f_{ck}	karakteristična tlačna čvrstoća betonskog valjka starog 28 dana.
f_{pk}	karakteristična vlačna čvrstoća prenapregnutog čelika
f_{yk}	karakteristična granica popuštanja čelika
Pa	Paskal
F	sila
A	površina
C	kohezija (sila vezanja)
K_A	koeficijent aktivnog tlaka
K_P	koeficijent pasivnog otpora
σ	naprezanje
τ	posmična naprezanja
σ_c	naprezanja u betonu
σ_s	naprezanja u čeliku
$\bar{\tau}$	tangencijalna komponenta naprezanja
$\bar{\sigma}_n$	normalna komponenta naprezanja
$\bar{\sigma}$	prosječno naprezanje
S	intenzitet tangencijalnog naprezanja
δ	kut između radijus vektora i osi
\bar{p}	komponenta stvarnog naprezanja
p	komponenta sumarnog naprezanja
O'	sumarni pol
O	stvarni pol
P	središte ravnine
α, β	kutovi
φ	kut unutrašnjeg trenja

Sadržaj

1.	Uvod.....	6
2.	Općenito o graničnom stanju naprezanja	8
2.1.	Granična stanja aktivni tlak i pasivni otpor.....	11
3.	Pretpostavke i principi grafičke metode S. Goluškeviča	12
3.1.	Osnovni pojmovi i definicije.....	13
3.2.	Različiti analitički izrazi za granične uvjete.....	18
3.3.	Formule koje opisuju granično stanje naprezanja tla	21
3.4.	Granično stanje naprezanja elementarne prizme tla.....	22
3.5.	Osnovni problem teorije granične ravnoteže tla	25
3.6.	Analitičko rješenje temeljnog problema teorije granične ravnoteže tla	26
3.7.	Vrste graničnih stanja naprezanja tla; aktivno i pasivno stanje	28
4.	Inženjerska primjena metode	31
4.1.	Grafičke metode za određivanje tlaka tla na potpornim zidovima.....	31
4.2.	Glavni zadatak.....	33
4.3.	Određivanje nastalog tlaka	36
5.	Primjer rješeneog zadatka aktivnog tlaka na zid i usporedba rezultata	37
6.	Zaključak.....	44
7.	Literatura.....	45

1. Uvod

Potporne građevine preuzimaju bočne pritiske od tla, vode i/ili neke druge tvari koju podupiru. Stoga je potrebno poznavati te bočne pritiske, da bi se moglo proračunati opterećenja na potpornu građevinu, odrediti nosivi sustav i projektirati njezine dimenzije. Tlo je tvar vrlo složenog ponašanja. To je razlog zbog kojeg je u oblikovanju matematičkih i fizikalnih modela tla, potrebno teoriju prilagoditi razmatranom slučaju. Za neke slučajeve, zadovoljavajuće rezultate daje teorija elastičnosti. Za izučavanje loma u klasičnoj mehanici tla, koristi se teorija graničnih stanja plastične ravnoteže.

U teoriji graničnog stanja plastičnog loma pretpostavka je da se do trenutka dok naprezanje ne dosegne kritičnu vrijednost, ne pojavljuje nikakva deformacija. Nakon dosizanja kritične vrijednosti naprezanja, dolazi do loma, naprezanje više ne može rasti, a deformacija raste do trenutka promjene geometrije, koja pokrenuto tijelo dovodi u stanje ravnoteže. Odnos uspravnog i vodoravnog naprezanja u tlu je promjenjiv, u zavisnosti od veličine i smjera deformacije. Objašnjenje je dao Rankine (1857.) u teoriji plastičnog sloma.

Suvremena rješenja sve više uključuju Rankinovu teoriju preko modela tla u rješavanja zadataka vezanih uz proračune potpornih građevina. Ta rješenja su bliža teoriji elastičnosti i prihvaćaju deformacijska svojstva tla ne kao konstante, već kao promjenjive veličine koje slijede prirodno ponašanje tla pod opterećenjima (nelinearni modeli). Deformacijska svojstava i teoriju graničnih stanja moguće je putem konstitutivnih jednadžbi uklopiti u složene geotehničke proračune koji koriste numeričke analize. Granična stanja plastične ravnoteže osnivaju se na poznavanju Mohr-Coulombovog zakona, odnosno poznavanju parametara čvrstoće na smicanje, (kohezija, c , i kut unutrašnjeg trenja, ϕ). Bez poznavanja ovih parametara, rješenja pomoću ove teorije nisu moguća.

Današnje računarske mogućnosti omogućuju korištenje i drugih modela kao na primjer modela s očvršćivanjem ili omekšavanjem, a najčešće linearno elastičnih idealno plastičnih modela bez ili s omekšavanjem odnosno očvršćivanjem.

Masa tla može se pokrenuti kada se izvode uspravni ili strmo nagnuti iskopi u tlu. Tada se odstranjuje dio tla i na toj strani nestaje oslonca, pa naprezanje okomito na ravninu lica iskopa ima vrijednost, $\sigma=0$. Ukoliko se želi spriječiti promjena geometrije, pokrenutoj masi je potrebno dati oslonac ko ji će preuzeti opterećenje tlom i spriječiti pomak. Taj oslonac je potporna građevina. Želi li se izgraditi nasip na ograničenom prostoru, nedovoljnom da nagib pokosa bude stabilan, on se može izgraditi tako da mu se dio nožice i pokosa zamjeni potpornom građevinom. Obje gore navedene građevine biti će opterećene aktivnim tlakom onda i samo onda ako se tlu iza podupore omogućiti makar i mali pomak.

Masa tla se može pokrenuti i kad se na nju građevinom vrši pritisak. Tada se zbija dio tla do trenutka dok bočni pritisak ne dostigne graničnu vrijednost, $\sigma_{h_{\min}} = \sigma_{h_{\max}}$. Takvo stanje, pri kojem se građevinom djeluje na tlo na način da se tlo dovede u stanje sloma, naziva se pasivno stanje otpora jer je tlo pasivni učesnik u pomacima kojima se odupire.

Ako nema pomaka nema ni granično stanja loma. Aktivni tlak i pasivni otpor dva su krajnja slučaja bočnih naprezanja u tlu. Pri vodoravnoj deformaciji u tlu, veličina koeficijenta bočnog tlaka ovisi o veličini i smjeru deformacije. Za postizanje pune vrijednosti koeficijenta aktivnog pritiska dovoljna je vrlo mala deformacija, tj. vrlo malo rastezanje, da bi koeficijent postigao punu vrijednost. Za aktiviranje pune vrijednosti pasivnog otpora potrebna je znatno veća tlačna deformacije tj. značajno zbijanje tla.

Ako u vodoravnom smjeru tlu nestaje oslonca, dolazi do sloma po kritičnom kliznom klinu. Kada se klin pridrži građevinom ona prihvata najmanje moguće bočno opterećenje. Takvo je stanje Rankine nazvao aktivno stanje granične ravnoteže.

U drugom slučaju granično stanje nastaje kada građevina zbija tlo. Pri tom tlo u graničnom stanju pruža najveći mogući otpor takvom naprezanju. To stanje Rankine je nazvao pasivno stanje granične ravnoteže.

Grafička metoda za određivanje pritiska tla na zid, u teoriji granične ravnoteže predložio je prof. S. Goluškevič. Ta metoda se odnosi posebno na određivanje pasivnog otpora tla na potporne zidove, a dobiveni rezultati su reda točnosti kao i kod već ranije provjerenih metoda. Prilikom određivanja aktivnog tlaka tla na okomite potporne stijene, njegove se metode temelje na Coulombovim pretpostavkama.

Grafička metoda Goluškevič [1], kako slijedi opširnije u nastavku.

2. Općenito o graničnom stanju naprezanja

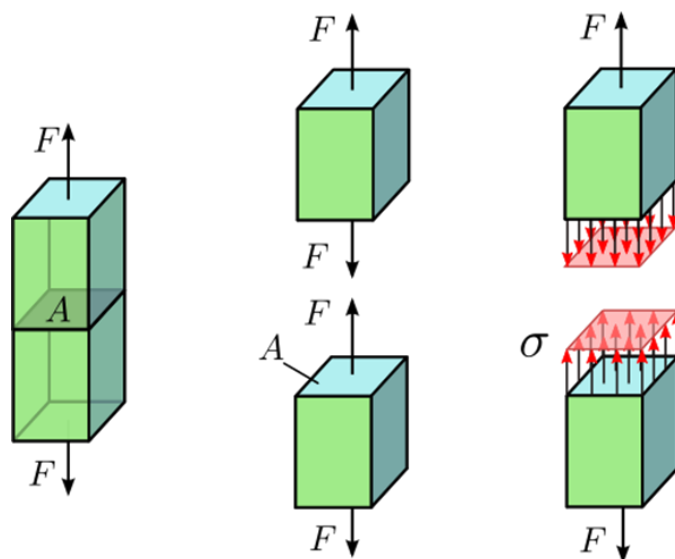
Granično stanje naprezanja predstavlja granicu kod prijelaza koje proračunska opterećenja izazivaju prekomjerne plastične deformacije i raspucavanje građevinskih konstrukcija. Takve pojave mogu ugroziti trajnost i uporabljivost građevine zbog čega se ograničava naprezanje u betonu i čeličnoj armaturi. Kako bi se izbjegla pojava uzdužnih pukotina u betonu (nastali hod sila cijepanja), time i gubitka trajnosnih svojstava armiranobetonskog elementa uslijed utjecaja okoliša, treba ispuniti uvjete za naprezanje u betonu.

Naprezanje je unutarnja sila raspodijeljena po jedinici površine nekoga čvrstog tijela koja se javlja kao reakcija na djelovanje vanjskih sila ili promjene temperature tijela, s jedinicom paskal ($\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$). Veličina naprezanja u nekoj točki tijela ovisi o orijentaciji presjeka tijela na kojem se naprezanje promatra. Takvo puno naprezanje je vektor općenito položen pod kutom prema normali na presjek i može se rastaviti na tri skalarne komponente vezane uz koordinatni sustav: jednu u smjeru normale x na presjek (σ_x , normalno naprezanje) i dvije na nju okomite koje leže u površini presjeka u smjeru preostalih dviju osi (τ_{xy} i τ_{xz} , tangencijalna ili posmična naprezanja). Uzimajući svaku os kao normalu na odgovarajući presjek, proizlazi da u svakoj točki tijela postoji devet komponenta naprezanja vezanih uz jedan koordinatni sustav, koje djeluju na element volumena i koje tvore takozvani tenzor naprezanja drugoga reda. Zbog simetričnosti toga tenzora, koja slijedi iz uvjeta ravnoteže elementa volumena, samo je 6 međusobno različitih komponenta, jer je $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ (na primjer $\tau_{xy} = \tau_{yx}$).

Ako na neko tijelo djeluju vanjske sile, one nastoje da razdvoje ili približe pojedine čestice tijela. Tome se tijelo suprotstavlja unutrašnjim silama koje djeluju među njegovim česticama. Unutrašnja sila podijeljena ploštinom (površinom) presjeka na kojem djeluje zove se naprezanje. Prema djelovanju razlikuju se normalno naprezanje i posmično naprezanje. Normalnim naprezanjem tijelo se opire međusobnom primicanju ili razmicanju svojih čestica. Posmičnim naprezanjem tijelo se opire klizanju jednog sloja čestica po drugom.

Najjednostavniji prikaz naprezanja se dobije ako se promatra štap što ga rastežu dvije jednake i suprotno usmjerene sile. Zato što pravac djelovanja sila prolazi kroz os štapa kaže se da je osno opterećen. Normalno naprezanje σ djeluje jednoliko po poprečnom presjeku ploštine A , pa je ukupna sila u presjeku $\sigma \cdot A$. Iz ravnoteže odsječenog dijela slijedi $\sigma \cdot A = F$, odnosno:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.1.)$$

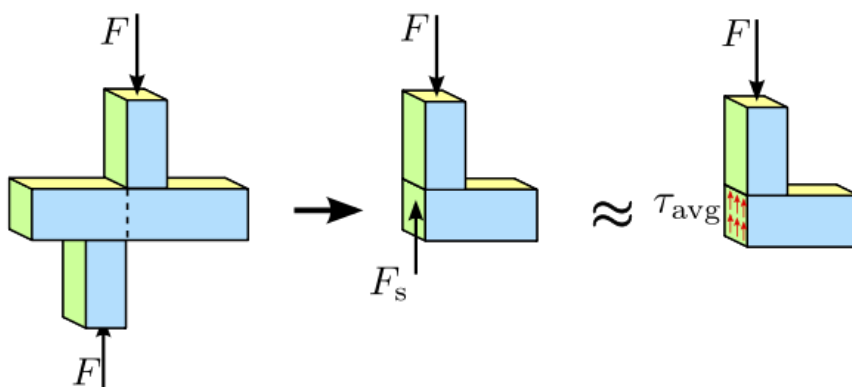


Slika 2.1. Prikaz normalnog naprezanja

Ako se promatra naprezanje u vodoravnoj šipki uslijed djelovanja dvije okomite šipke čije su osi pomaknute (kao na primjer škare), u presjeku vodoravne šipke pojavljuje se posmično ili tangencijalno naprezanje. Posmično naprezanje nije jednoliko raspodijeljeno po presjeku, ali je njegova prosječna vrijednost:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (2.2.)$$

Unutrašnje sile u tijelu općenito ne djeluju okomito na presjek, u općem slučaju djeluje normalno i posmično opterećenje.



Slika 2.2 Prikaz posmičnog naprezanja

Kako se u nekoj točki mijenja orijentacija koordinatnih osi, tako se mijenjaju i iznosi naprezanja. U svakoj točki tijela moguća je takva orijentacija osi prema kojima postoje samo normalna naprezanja, dok su posmična jednaka nuli. Ta tri naprezanja nazivaju se glavnim naprezanjima, od kojih su dva ekstremne vrijednosti σ_{\max} i σ_{\min} u toj točki. Zbog unutarnjih sila u tijelu nastaju deformacije s kojima su naprezanja vezana preko Hookeova zakona.

Podjela statičkih naprezanja prema načinu djelovanja mehaničkih vanjskih sila:

- okomito naprezanje (svijanje) je opiranje djelovanju vanjske sile okomito na os tijela;
- smično naprezanje (smicanje) je opiranje djelovanju vanjske sile tangencijalno na površinu tijela;
- torzijsko naprezanje (uvijanje) je opiranje tangencijalnom djelovanju na površinu tijela dvaju vanjskih sila suprotnih smjerova;
- vlačno naprezanje (rastezanje, osno naprezanje) je opiranje djelovanju vanjske sile okomito na graničnu plohu tijela i usmjereno od tijela prema van;
- tlačno naprezanje (sabijanje, osno naprezanje) je opiranje djelovanju vanjske sile okomito na graničnu plohu tijela i usmjereno prema središtu tijela.

Naprezanje u betonu može zbog nehomogenosti betona uzrokovati pojavu pukotina i pretjerane plastične deformacije a kod armature pretjeranu deformaciju armature koja može izazvati širenje pukotina. Graničnim stanjem naprezanja ograničava se prekomjerno naprezanje u materijalima slijedećim formulama:

- Naprezanje u betonu (σ_c):

- za rijetku kombinaciju opterećenja: $\sigma_c \leq 0.6 \cdot f_{ck}$
- za kvazistalnu kombinaciju opterećenja: $\sigma_c \leq 0.45 \cdot f_{ck}$

(kvazistalna kombinacija opterećenja djeluje kroz duži vremenski period, više od polovice trajanja sustava)

- Naprezanje u čeliku (σ_s):

- za rijetku kombinaciju opterećenja: $\sigma_s \leq 0.8 \cdot f_{yk}$
- za naprezanja izazvana indirektnim djelovanjem: $\sigma_s \leq 1.0 \cdot f_{yk}$
- naprezanje u čeliku za prednaprezanje: $\sigma_s \leq 0.75 \cdot f_{pk}$

2.1. Granična stanja; aktivni tlak i pasivni otpor

Ugradimo li u homogeno normalno konsolidirano tlo horizontalne površine – bez poremećivanja – krutu zagatnu stijenu glatkih ploha, pritisci tla na zagatnu stijenu odgovarat će stanju mirovanja i bit će jednaki $\sigma_{h0} = \sigma_v K_0$ za svaku dubinu.

Odgovarajuća Mohrova kružnica za neku izabranu dubinu u slijedećoj je skici ucrтана crtkano i crno: najveće normalno naprezanje je σ_v , a najmanje je σ_{h0} . Zakrećemo li tu krutu stijenu, time izazivamo horizontalno rastezanje u dijelu tla (lijeva strana na slijedećoj skici), te smanjivanje horizontalnih naprezanja i pritisaka tla na stijenu, pri čemu vertikalna naprezanja ostaju jednaka.

Odgovarajuće Mohrove kružnice imaju, dakle, najveća naprezanja stalne vrijednosti σ_v , a najmanja su vrijednosti σ_{h0} , koja u Mohrovom dijagramu putuje prema lijevo kako je prikazano crtkanom crvenom linijom. U donjoj skici ucrтана je i anvelopa sloma određena parametrima čvrstoće c i φ koja ograničava moguća stanja naprezanja. Dakle, najmanja vrijednost $\sigma_{h0 \min} = \sigma_A$ odgovara Mohrovoj kružnici koja tangira anvelopu sloma i u donjoj je skici prikazana crveno. Odgovarajuće stanje naprezanja zovemo aktivno Rankine-ovo stanje.

Pri tome pritisak tla zovemo *aktivnim tlakom* ako se radi o minimalnoj vrijednosti pritiska, tj. ako je omogućena za to potrebna deformacija. U normalno konsolidiranim tlima za razvoj aktivnog tlaka tj. aktivnog stanja potrebna je relativna horizontalna deformacija od nekoliko promila (što odgovara nekoliko milimetara pomaka za zid visine nekoliko metara). U prekonsolidiranim tlima potrebne su i znatno veće deformacije.

Koeficijent K_A zovemo koeficijent aktivnog tlaka. Radi li se o potpornoj konstrukciji vertikalne i glatke poledine, te homogenom zasipu horizontalne površine, dakle o Rankine-ovom aktivnom stanju, koeficijent aktivnog tlaka jednak je:

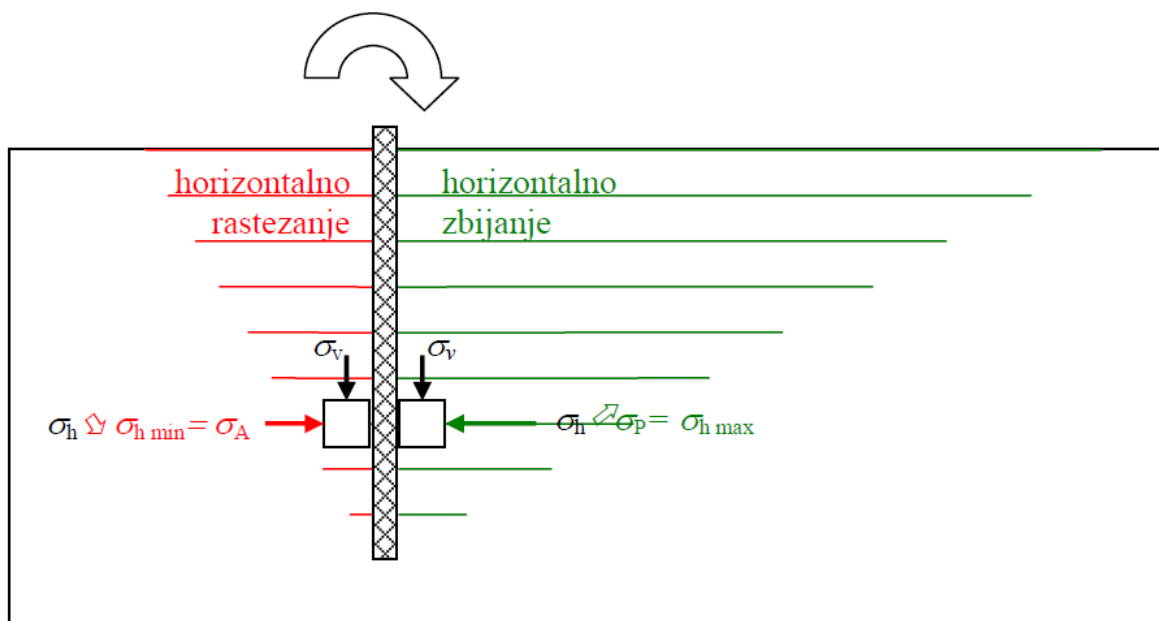
$$K_A = \tan^2(\pi/4 - \varphi/2) \quad (2.1.1.)$$

Pritisak tla na potpornu konstrukciju u uvjetima horizontalnog zbijanja do sloma zovemo *pasivnim otporom*, i možemo odrediti vertikalnim naprezanjem i koeficijentom pasivnog otpora :

$$\sigma_p = \sigma_v K_p + 2c\sqrt{K_p} \quad (2.1.2.)$$

Za pasivno Rankine-ovo stanje $K_p = \tan^2(\pi/4 - \varphi/2)$. Modelska ispitivanja pokazuju, međutim, da su plohe u kojima dolazi do sloma u ovim uvjetima zakrivljene, te se rijetko pretpostavlja Rankine-ovo stanje.

Gotova rješenja često se zasnivaju na kliznoj plohi oblika logaritamske spirale. U normalno konsolidiranim tlima za razvoj pasivnog otpora potrebna je relativna deformacija od nekoliko postotaka (dakle više centimetara horizontalnog pomaka zida ili vrha zida visine nekoliko metara). Za manje deformacije treba računati i sa manjim pritiscima tla. Što se tiče prekonsolidiranih tala, potrebna relativna deformacija može biti i tek nekoliko promila.



Slika 2.3. Područja velikih deformacija oko rotirane glatke vertikalne stijene ugrađene bez poremećivanja u horizontalno uslojeno tlo

3. Pretpostavke i princip grafičke metode S. Goluškeviča

3.1. Osnovni pojmovi i definicije

Tlo čije čestice nemaju koheziju, nazivat ćemo nekoherentnim, a masa između čestica koje postoje kohezijske sile je koherentna. Jedinичnu obujamske težina tla označit ćemo sa γ , kut unutrašnje trenja φ , a specifičnu silu kohezije c (tako ćemo nazvati privremenu otpornost tla jednakom rastezanju u svim smjerovima).

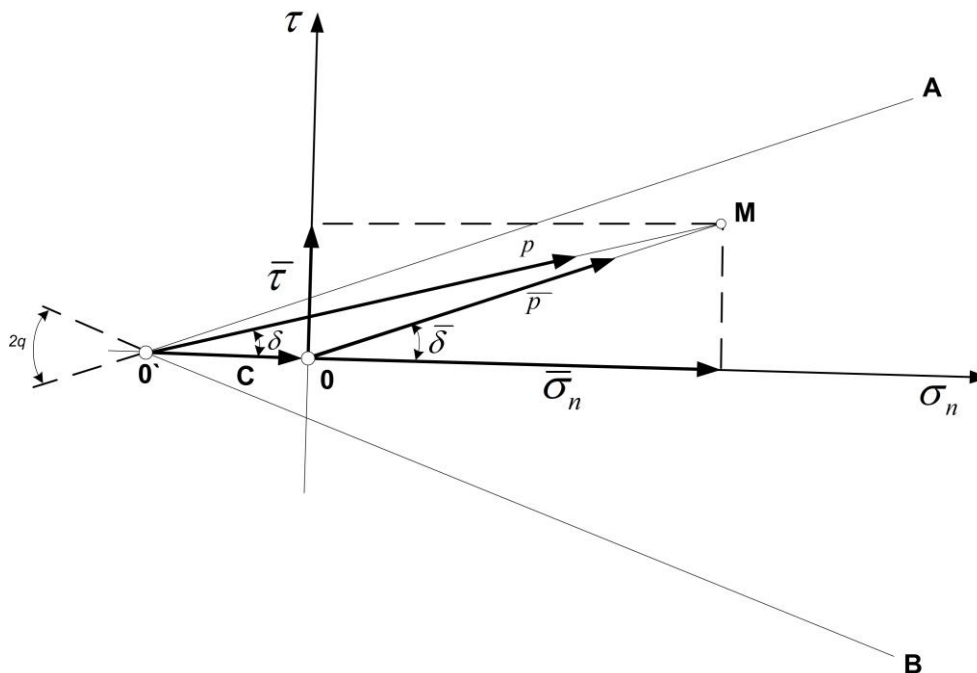
Rješenja različitih posebnih problema teorije graničnog stanja ravnoteže tla dobivaju se iz uvjeta ravnoteže i dodatnog uvjeta koji glasi: Ako se tlo nalazi u graničnom stanju ravnoteže, tada se kroz svaku točku područja u kojem se nalazi prolazi barem jedna elementarna ploha na kojoj vrijedi:

$$|\bar{\tau}| = (\bar{\sigma}_n + c) \operatorname{tg} \varphi \quad (3.1.)$$

gdje je $\bar{\tau}$ tangencijalna a, $\bar{\sigma}_n$ -normalna komponenta naprezanja koje djeluje na ovom mjestu (ovdje će se normalno tlačno naprezanje smatrati pozitivnim). Na svim drugim plohama vrijedi:

$$|\bar{\tau}| < (\bar{\sigma}_n + c) \operatorname{tg} \varphi \quad (3.2.)$$

Područja u tlu na kojima vrijedi jednakost (3.1.) nazivaju se *kliznim plohama*. Njihov položaj je određen stanjem naprezanja tla. Naprezanje koje djeluje na određenoj plohi prikladno je predstaviti točkom čija je apscisa normalna, a ordinata tangencijalna komponenta ukupnog naprezanja. Iz jednadžbi 3.1. i 3.2. proizlazi da točke koje predstavljaju naprezanja na kliznim plohama leže na linijama $O'A$ i $O'B$ (slika 3.1), a točke koje predstavljaju naprezanja na ostalim plohama unutar kuta $\angle AO'B = 2\varphi$ formiranog spomenutim pravcima.



Slika 3.1.

Ravnina varijabli $\bar{\sigma}_n$ i $\bar{\tau}$ se zove ravnina naprezanja, a dio nje, zatvoren unutar kuta $AO'B$, je područje mogućih naprezanja, a granice, zrake $O'A$ i $O'B$ – graničnim pravcima. Radijus vektor točke, koja predstavlja naprezanje na bilo kojoj plohi (slika 3.1.), jednak je:

$$\bar{p} = \sqrt{\bar{\sigma}_n^2 + \bar{\tau}^2} \quad (3.3.)$$

Predstavlja ukupno naprezanje na odgovarajućoj plohi, dok kut δ između radijus-vektora i osi $O\sigma_n$ jednak je kutu između ukupnog naprezanja i normale na plohu.

Uvodi se pojam sumarnog naprezanja, koja su predstavljena radijus-vektorima koji spajaju vrh područja mogućih naprezanja točku O' (slika 3.1) - s točkom koja predstavlja naprezanje na danoj plohi. Iz sl. 3.1, lako je vidjeti da je sumarno naprezanje geometrijski zbroj stvarnog naprezanja i normalnog tlačnog naprezanja koje je jednako specifičnoj sili vezanja (koheziji) c . Iz stvarnog naprezanju na bilo kojoj elementarnoj plohi može se naći sumarno naprezanje i obrnuto, iz poznate vrijednosti sumarnog naprezanja, može se pronaći stvarno naprezanje. U prvom slučaju potrebno je zbrojiti normalno naprezanje sa stvarnim naprezanjem, a u drugom, sumarnog naprezanju dodati normalno naprezanja rastezanja, koje je po modulu jednako specifičnoj sili vezivanja.

Sada se mogu izvesti potrebne formule. Normalna σ_n i tangencijalna τ komponente sumarnog naprezanja p mogu se izraziti preko komponenata stvarnog naprezanja \bar{p} na sljedeći način:

$$\sigma_n = \bar{\sigma}_n + c, \tau = \bar{\tau} \quad (3.4.)$$

Ukupno sumarno naprezanje određeno je formulom:

$$p = \sqrt{(\bar{\sigma}_n + c)^2 + \bar{\tau}^2} = \sqrt{\bar{p}^2 + 2\bar{p}c \cos \bar{\delta} + c^2} \quad (3.5.)$$

Iz čega slijedi da je kut između smjera sumarnog naprezanja i okomice na plohu jednak:

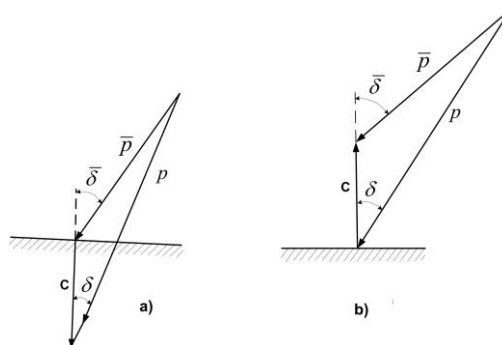
$$\delta = \arctg \frac{\bar{\tau}}{\bar{\sigma}_n + c} = \arctg \frac{\bar{p} \sin \bar{\delta}}{\bar{p} \cos \bar{\delta} + c} \quad (3.6.)$$

Prijelazne formule od sumarnih naprezanja k stvarnim izvode se na sličan način i imaju oblik:

$$\bar{p} = \sqrt{p^2 - 2pc \cos \delta + c^2} \quad (3.7.)$$

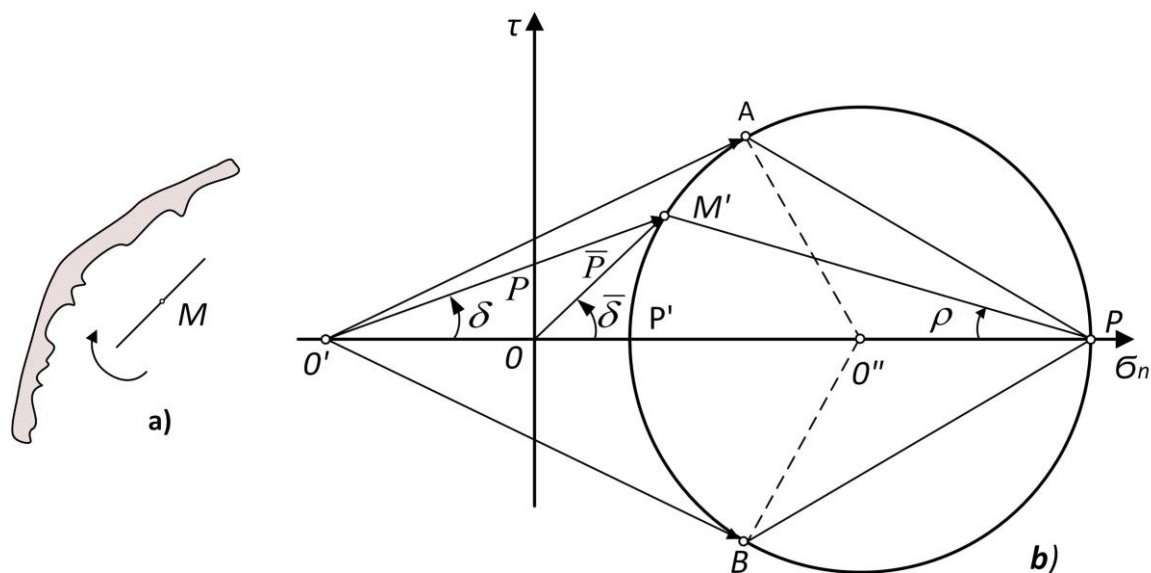
$$\bar{\delta} = \arctg \frac{p \sin \delta}{p \cos \delta - c} \quad (3.8.)$$

Izračuni prema navedenim formulama mogu se zamijeniti jednostavnim grafičkim operacijam. Na sl. 3.2a, pokazano kako iz poznate vrijednosti stvarnog naprezanja možemo odrediti sumarno naprezanje, a na sl. 3.2b je izvedena inverzna operacija.



Slika 3.2.

Jednostavnost prelaza od stvarnih naprezanja do sumarnih i od sumarnih k stvarnim, često dopušta da se problem određivanja stvarnih naprezanja zamijeni jednostavnijim problemom određivanja sumarnih naprezanja. U nastavku ćemo sustavno iskoristiti ovu mogućnost, koju je, vjerojatno, prvi istaknuo A. Caquot [2]



Slika 3.3.

Razmotrimo sada tlo koje je u graničnom stanju naprezanja. Preko bilo koje točke u tlu M (sl. 3.3a), nacrtamo elementarnu plohu, dok na ravnini naprezanja (sl. 3.3b) nacrtamo odgovarajuću točku M' koja prikazuje naprezanje na toj plohi. Pretpostavimo da nacrtana ploha kroz točku M , onda će se naprezanje na njoj mijenjati, a točka M' koja predstavlja naprezanja na plohi opisuje određenu krivulju. U Otpornosti materijala već je dokazano da je ta krivulja kružnica čiji centar leži na osi $O\sigma_n$, a koja se naziva Mohrovom kružnicom. Kao što je poznato, njezin radijus-vektor proizvoljne točke, na primjer, točke M' , predstavlja naprezanja na ravnini $M'P$, koja zatvara s prvom glavnim ravninom (ravninom na kojoj djeluje manje glavno naprezanje) kut $M'P'P = \rho$. Kut $M'OP = \bar{\delta}$, kao što je već prije prikazano, jednak je kutu odklona ukupnog naprezanja od okomice na ravninu PM' . Mohrova kružnica, prikazana na slici 3.3b, karakterizira granično stanje naprezanja tla u području točke M te se stoga naziva graničnom. Specifičnost Granične Mohrove kružnice je sljedeća: rotirajuća ravnina, koja prolazi kroz točku M u tlu (Slika 3.3a), u jednom od mogućih položaja podudara se s ravninom sloma; točke Granične Mohrove kružnice, koja predstavlja naprezanje na toj ravnini se mora nalaziti na jednom od graničnih pravaca Coulomba, a iz razloga da Mohrova kružnica ne može presijecati granične pravce, to onda mora biti točka tangiranja; ako granična kružnica tangira jedan granični pravac, onda mora tangirati i drugi; dvije točke tangiranja odgovaraju dvjema ravninama klizanja. Iz navedenog proizlazi, da

kroz svaku točku tla u graničnom stanju naprezanje prolazi ne jedna, nego dvije ravnine klizanja, i da je granična Mohrova kružnica jest kružnica upisana u kut između graničnih linija. Simetrala tog kuta se naziva glavnim promjerom granične Mohrove kružnice, vrh O' - sumarnim polom, ishodište O - stvarnim polom, a točka P središtem ravnine. Sada je lako saznati osnovna svojstva graničnog stanja naprezanja tla. Da bismo to učinili, vratimo se na Sl. 3.3b. Spojimo točke tangiranja granične kružnice i graničnih pravaca - A i B , sa središtem kružnice O'' i središtem ravnine P dužinama. Dužine AP i BP prikazuju ravnine klizanja (sloma). Iz četverokuta $O'AO''B$ nalazimo središnji kut $\angle O'AO''B = \pi - 2\rho$. Očito je da upisani i naslonjeni na luk AB kut između ravnina klizanja $\angle APB = \frac{1}{2} \angle O'AO''B = \frac{\pi}{2} - \rho$.

Izračunajmo sada kut između smjera ukupnog sumarnog naprezanja koje djeluje na kliznu plohu AP i plohom BP . Njega možemo odrediti u skladu s formulom $\alpha = \beta - \delta$, u kojoj je traženi kut α , a kut β je kut između okomice na ravninu AP i ravnine BP , dok je δ kuta otklona ukupnog sumarnog naprezanja ravnini AP od okomice na ravninu. U razmatranom slučaju,

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \angle APB = \rho \text{ i } \delta = \rho. \text{ Kada uvrstimo navedene izraze za } \beta \text{ i } \delta \text{ u izraz za } \alpha, \text{ možemo vidjeti}$$

da je $\alpha = 0$ i da je, prema tome, sumarna naprezanja koje djeluje na ravnini AP paralelno ravnini BP . Na sličan način se može dokazati da je sumarno naprezanje koje djeluje na ravnini BP je paralelno ravnini AP . Sve ovo, kao i razmatranje slike 3.3b dopušta da se donesu sljedeći opći zaključci.

Ako se tlo nalazi u graničnom stanju naprezanja onda:

- 1) kroz svaku točku tla prolaze dvije klizne plohe koja se presijecaju pod ostrim kutem $\frac{\pi}{2} - \rho$;
- 2) stvarno i sumarno naprezanje jednaki su na kliznim ploham koje se presjecaju;
- 3) sumarno naprezanje na jednoj od kliznih ploha paralelno je drugoj ravnini;
- 4) prva glavna ravnina dijeli na pola kuta između ploha klizanja.

U nastavku ćemo se osloniti na ove jednostavne i poznate zaključke.

3.2. Različiti analitički izrazi za granične uvjete

Formula (3.1.) je uvjet, čije je ispunjavanje neophodno kako bi tlo u blizini točke koja se razmatra bilo u graničnom stanju naprezanja, u nastavku ćemo ju zvati graničnim uvjetom. Nju često nazivaju Coulombova [3] formula ili Uvjetom Coulomba po francuskom inženjeru i znanstveniku koji je 1773. g. formulirao osnovne pretpostavke Teorije granične ravnoteže, te je u svom radu dao njihovu prvu praktičnu primjenu za probleme izračuna lukova i bočnog tlaka tla na potporni zid.

Ravninsko stanje naprezanja u području točke obično se određuje vrijednostima normalnih naprezanja $\bar{\sigma}_\alpha$, $\bar{\sigma}_\beta$ i tangencijalnog $\bar{\tau}_{\alpha\beta}$ naprezanja koji djeluju na elementarne plohe koji se presijecaju u razmatranoj točki pod pravim kutom. Granični uvjet (3.1.) ne daje neposredan odgovor na pitanje odnosa između veličina naprezanja $\bar{\sigma}_\alpha, \bar{\sigma}_\beta$ i $\bar{\tau}_{\alpha\beta}$, pri kojem je stanje naprezanja tla granično, ali se taj izraz može transformirati tako da je to jasno vidljivo.

Na ravnini naprezanja konstruiramo Mohrovu kružnicu, koja karakterizira stanje naprezanja tla u blizini točke, koja leži na presijecištu $d\alpha$ i $d\beta$. U tu svrhu označavamo točke C_α i C_β koji predstavljaju naprezanja na plohama $d\alpha$ i $d\beta$, spojimo C_α i C_β dužinom, ta dužina će biti promjer Mohrove kružnice (Slika 3.4). Pretpostavimo da je nacrtana kružnica granična. Iz njegovog sumarnog pola, točke O' konstruiraju se granični pravci. Oni će biti tangente na kružnicu u točkama A_α i A_β .

Iz sl. 3.4 se vidi da se apscisa središta granične Mohrove kružnice može biti izračunata prema formuli:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2}(\bar{\sigma}_\alpha + \bar{\sigma}_\beta) \quad (3.9.)$$

Pri čemu je polumjer s jednak

$$s = \sqrt{\frac{1}{4}(\bar{\sigma}_\alpha - \bar{\sigma}_\beta)^2 + \bar{\tau}_{\alpha\beta}^2} \quad (3.10.)$$

Pri čemu je očito da je

$$s = (\bar{\sigma} + c) \sin \varphi = \frac{1}{2}(\bar{\sigma}_\alpha + \bar{\sigma}_\beta + 2c) \sin \varphi \quad (3.11.)$$

Iz čega sljedi da je

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\bar{\sigma}_\alpha - \bar{\sigma}_\beta)^2} + \bar{\tau}^2_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\bar{\sigma}_\alpha + \bar{\sigma}_\beta + 2c)\sin\varphi \quad (3.12.)$$

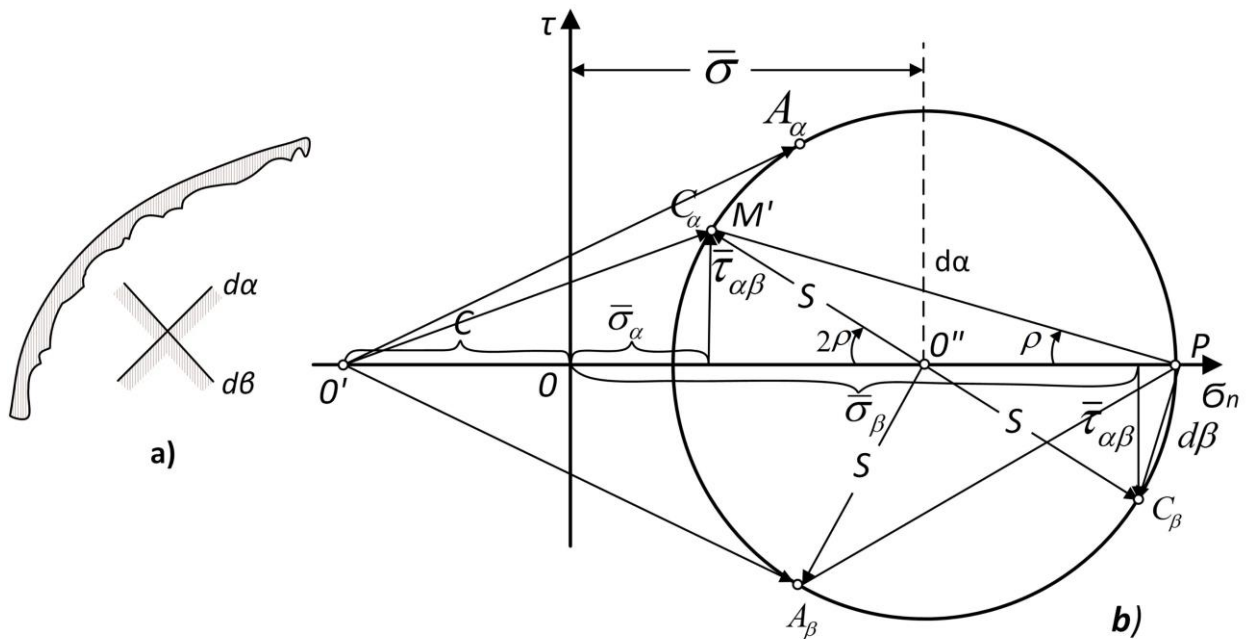
Ta se formula naziva uvjetom čvrstoće Rankinea-Mohra [3] i ponekad se piše u obliku

$$(\bar{\sigma}_\alpha - \bar{\sigma}_\beta)^2 + 4\bar{\tau}^2_{\alpha\beta} = (\bar{\sigma}_\alpha - \bar{\sigma}_\beta + 2c)^2 \sin^2 \varphi \quad (3.13.)$$

Zamjenjujući u izrazima (3.11.) i (3.12.) stvarna naprezanja sumarnima, koristeći u tu svrhu formulu (3.3.), pretvaramo ih u oblik:

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + \tau_{\alpha\beta}^2} = \frac{1}{2}(\sigma_\alpha + \sigma_\beta)\sin\varphi \quad (3.14.)$$

$$(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_{\alpha\beta}^2 = (\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 \sin^2 \varphi \quad (3.15.)$$



Slika 3.4.

Ako su ravnine $d\alpha$ i $d\beta$ glavne ravnina onda vrijedi $\bar{\sigma}_\alpha = \bar{\sigma}_2$, $\bar{\sigma}_\beta = \bar{\sigma}_1$ i $\bar{\tau}_{\alpha\beta} = 0$. Uvjet (3.5.) u ovom slučaju poprima oblik:

$$\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1 = (\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + 2c) \sin \varphi \quad (3.16.)$$

a njegova modifikacija (3.17.) glasi:

$$\sigma_2 - \sigma_1 = (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \varphi \quad (3.17.)$$

Iz jednadžbe (3.17.) proizlazi :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (3.18.)$$

Stoga je omjer sumarnih glavnih naprezanja u svim točkama homogenog tla u graničnom stanju naprezanja konstantan.

Izvedene formule predstavljaju različite analitičke izraze graničnog stanja (3.1), koje je u konačnici posljedica osnovnog svojstva graničnog stanja naprezanja tla. Za njegov opis prihvaćamo sljedeće definicije:

a) veličinu određenu formulom (3.1.) ćemo nazvati prosječnim naprezanjem u razmatranoj točki

b) veličinu određenu formulom

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_\alpha + \sigma_\beta) \quad (3.19.)$$

nazovimo sumarnim prosječnim naprezanjem;

c) veličinu određenu formulom (3.10.), koja je numerički jednaka tangencijalnom naprezanju na ravnini, koja djeli na pola kut između glavnih ravnina, ćemo nazvati intenzitetom tangencijalnog naprezanja. Intenzitet tangencijalnog naprezanja se ne mijenja ako u (3.10.) zamijenimo stvarna naprezanja na sumarna. Zamjenjujući (3.11.) prosječno naprezanje $\bar{\sigma}$ izraženim preko sumarnog srednjeg naprezanja, dobivenog iz (3.16.), dobivamo formulu:

$$s = \sigma \sin \varphi \quad (3.20.)$$

3.3. Formule koje opisuju granično stanje naprezanja tla

Naprezanja $\bar{\sigma}_\alpha, \bar{\sigma}_\beta$ i $\bar{\tau}_{\alpha\beta}$, koja djeluju na ravninama $d\alpha$ i $d\beta$, jednostavne su funkcije srednjeg naprezanja, koje djeluju na mjestima presijecanja ravnina, i kuta φ , pod kojim ravnina presijeca s prvom glavnom ravninom. Iz sl. 3.1 je lako vidjeti da:

$$\bar{\sigma}_\alpha = \bar{\sigma} - (\bar{\sigma} + c) \sin \varphi \cos 2\rho \quad (3.21.)$$

$$\bar{\sigma}_\beta = \bar{\sigma} + (\bar{\sigma} + c) \sin \varphi \cos 2\rho \quad (3.22.)$$

$$\bar{\tau}_{\alpha\beta} = (\bar{\sigma} + c) \sin \varphi \cos 2\rho \quad (3.23.)$$

Ako zamijenimo u ovim jednadžbama stvarna naprezanja sumarnima, onda dobivamo povoljan oblik za daljni izračun:

$$\sigma_\alpha = \sigma(1 - \sin \varphi \cos 2\rho) \quad (3.24.)$$

$$\sigma_\beta = \sigma(1 + \sin \varphi \cos 2\rho) \quad (3.25.)$$

$$\tau_{\alpha\beta} = \sigma \sin \varphi \cos 2\rho \quad (3.26.)$$

U nastavku je potrebna formula iz koje se može odrediti srednje sumarno naprezanje u razmatranoj točki iz poznate vrijednosti i smjera sumarnog naprezanja, koje djeluje na bilo kojoj ravnini kroz tu točku. Pretpostavimo da je $d\alpha$ ravnina na kojoj djeluje zadano naprezanje. Ako izrazimo u formuli (3.15.) σ_β preko σ_α i sumarnog naprezanja σ dobivamo:

$$\sigma_\beta = 2\sigma - \sigma_\alpha \quad (3.27.)$$

Za (3.27.) napišemo u obliku:

$$\sigma^2 \cos^2 \varphi - 2\sigma\sigma_\alpha + \sigma_\alpha^2 + \tau_{\alpha\beta}^2 = 0 \quad (3.8.)$$

Rješavanjem dobivene kvadratne jednadžbe po σ i uzimajući u obzir da je

$$\sigma_{\alpha} = p \cos \delta, \tau_{\alpha\beta} = p \sin \delta \quad (3.29.)$$

dobivamo:

$$\sigma = \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left(\cos \delta \pm \sqrt{\sin^2 \varphi - \sin^2 \delta} \right) \quad (3.30.)$$

Dobivena formula pokazuje da problem određivanja sumarnog srednjeg naprezanja ima dva rješenja. Prema V.V. Sokolovskom [3], stanje tla pri kojem se javlja veća vrijednost naprezanja σ , ćemo nazvat *maksimalnim*, a stanje tla pri kojem se javlja manja vrijednost naprezanja σ , ćemo nazvati *minimalnim*.

3.4. Granično stanje naprezanja elementarne prizme tla; Sustav karakterističnih kružnica

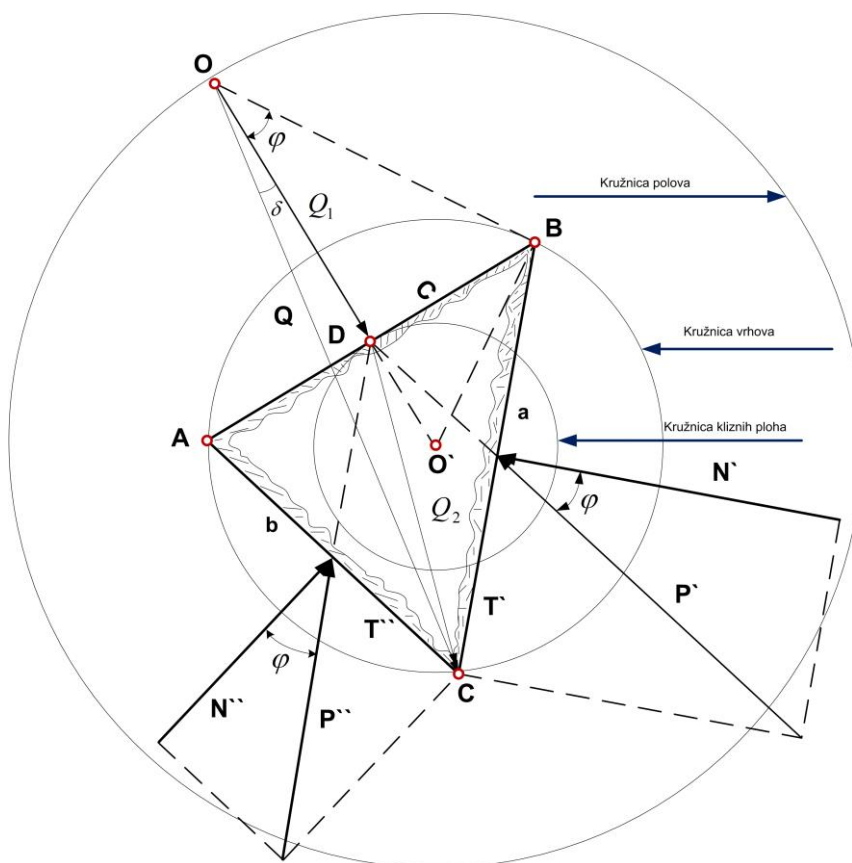
Razmotrimo graničnu ravnotežu elementarne prizme u tlu koja je omeđena proizvoljnom ravninom $AB = c$ i dvije elementarna ravnine klizanja $AC = b$ i $BC = a$ (slika 3.5). Kao što je već prikazano u poglavlju 1, duž ravnine AC ove prizme djeluju sumarna naprezanja p_s koji su paralelni ravnini BC . Ta naprezanja proizvode silu $P'' = p_s b$ koja je paralelna s ravninom BC . Na ravnini BC naprezanja su također jednaka p_s i paralelna su s ravninom AC . Njihova rezultatna sila bit će jednaka $P' = p_s b$ i djelovat će paralelno ravnini AC .

Mjerilo sila ćemo odabrati tako da su komponente sila P' i P'' paralelne s ravninama na kojima djeluju, tj. sile T' i T'' , budu jednake $\frac{a}{2}$ i $\frac{b}{2}$. Prema tome duljine komponenata okomitih na ravnine, tj. sile N' i N'' , bit će jednake $\frac{a}{2 \operatorname{tg} \varphi}$ i $\frac{b}{2 \operatorname{tg} \varphi}$.

Sile N' i N'' izazvati će ujednačenu kompresiju razmatrane prizme sa svih strana. Oni su uravnoteženi normalnim naprezanjem σ_n koje djeluju na ravnini AB . Rezultanta sila tog naprezanja $Q_1 = \sigma_n c$, pri odabranom mjerilu sila biti će jednaka $\frac{c}{2 \operatorname{tg} \varphi}$.

Sila T' i T'' uravnotežit će se silom čiji pravac djelovanja mora proći kroz točku C i prepoloviti ravninu AB . Pri odabranom mjerilu sila ona će biti prikazana vektorom Q_2 , čija je duljina jednaka duljini težišnice CD trokuta ABC : lako je primijetiti da ta težišnica predstavlja dijagonalu paralelograma konstruiranog silama T' i T'' .

Silu Q koja uravnotežuje rezultantu sila P' i P'' (slika 3.5) prikazat ćemo kao rezultantu sila Q_1 i Q_2 (slika 3.5). Točka O u kojoj je početak vektora Q naziva se pol prizme.



Slika 3.5

Sada pretpostavljamo da se kut između okomice na ravninu AB i sumarnog naprezanja koje djeluje na njoj neprestano mijenja. Pri konstantnom promijeni kuta δ vektor sile Q , koji predstavlja rezultantu sustava naprezanja raspodijeljenih po ravnini AB , bude se rotirao oko točke O , a vrh C trokuta ABC , u kojem se presijecaju ravnine klizanja AC i BC , i nalazi se kraj vektora Q , svojim gibanjem će opisati neku krivulju. Ta krivulja mora biti geometrijsko mjesto točaka iz kojih je dužina AB vidljiva pod konstantnim kutom jednakim kutu između ravnina klizanja. Očito je da je takva krivulja kružnica opisana oko trokuta ABC . Također je očito da je

pol prizme ABC - točka O leži na produžetku promjera ove kružnice, koji je okomit na ravninu AB. Kružnicu opisanu oko ABC nazivamo kružnica vrhova.

Pretpostavimo sada da je razmatrana elementarna prizma, bez promjene oblika rotira oko središta kružnice vrhova. Tada će pol prizme - točka O opisati kružnicu, koja se naziva kružnica polova. Udaljenost između traga ravnine AB i središta kružnice vrhova će ostati konstantna. Iz ovog zaključujemo da će za sve moguće položaje ravnine AB ona će dodirivati neku kružnicu. Ova se kružnica naziva kružnica ravnina. Na sl. 3.5 konstruirana je kružnica polova, kružnica vrhova i kružnica ravnina. Skup ovih koncentričnih kružnica zove se sustav karakterističnih krugova.

Između radijusa kružnica ovog sustava postoje jednostavni analitički odnosi. Na sl. 3.5 konstruiran je vektor OB smjer kojeg se podudara sa smjerom tangente na kružnicu vrhova u točki B. Ovaj vektor određuje krajnji mogući položaj rezultantne sile Q, pri kojem je kut između Q i okomice na ravninu AB jednak ρ . Spajanjem točke B sa središtem sustava karakterističnih kružnica dužinom dobivamo pravokutni trokut OBO', kut kojeg u vrhu O jednak ρ , hipotenuza jednaka polumjeru kružnice polova, kateta nasuprot vrha O - radijus kružnice vrhova r_2 , dok projekcija tog kateta na hipotenuzu jednaka radijusu kruga ravnina. Iz trokuta OBO' se lako izračuna da je:

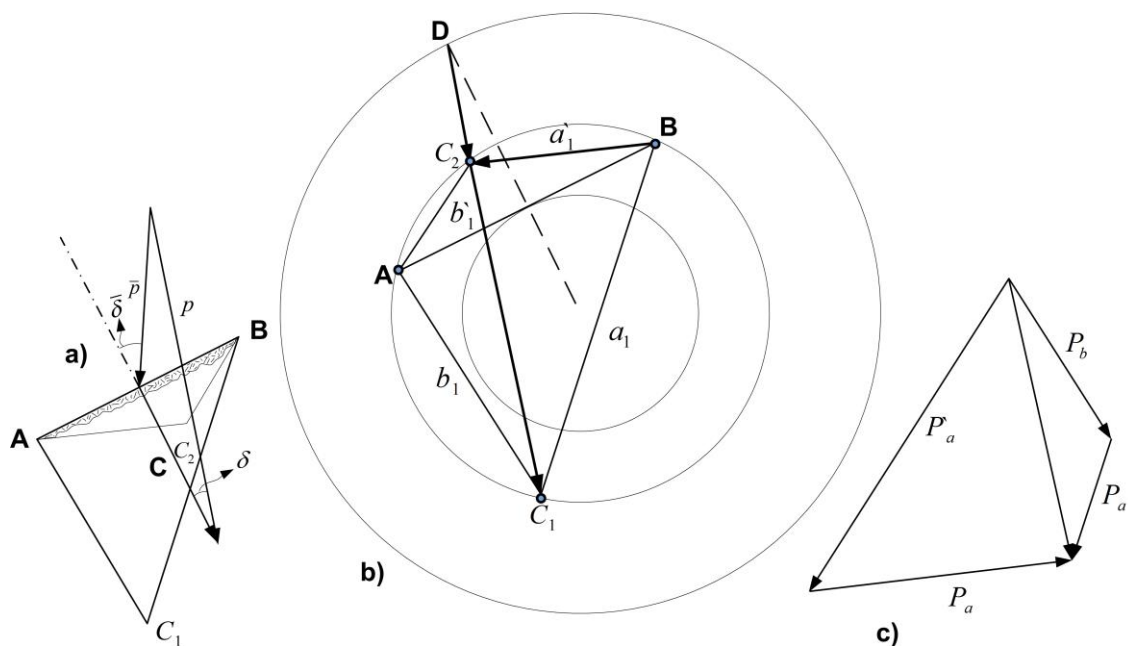
$$r_2 = r_1 \sin \varphi, \quad r_3 = r_2 \sin \varphi = r_1 \sin^2 \varphi \quad (3.31.)$$

Sustav karakterističnih kružnica je temelj, na kojem se provode geometrijske konstrukcije potrebne za grafičko rješavanje mnogih problema teorije granične ravnoteže tla, a prije svega za rješavanje osnovnog problema ove teorije – određivanja ravnina klizanja i aktivnom i pasivnom stanju.

3.5. Osnovni problem teorije granične ravnoteže tla

Osnovnim problemom S. Goluškevič u svojoj metodi nazvao je sljedeći zadatak:

Unutar granično napregnutog tla (ili na njegovoj granici), zadana je elementarna ravnina AB, na kojoj djeluje naprezanje p , poznato po veličini i smjeru (sl. 3.6a). Potrebno je odrediti smjer ravnina klizanja koje prolaze kroz rubne točke A i B zadane ravnine.



Slika 3.6

Grafičko rješenje ovog problema prikazano je na sl. 3.6. Na slici 3.6a prikazani su smjer zadane ravnine i naprezanja p koje djeluje na nju, a također je nacrtana grafička konstrukcija kojoj se određuje sumarno naprezanje iz zadanog stvarnog naprezanja. Slična konstrukcija je prikazana ranije na slici 3.2a. Glavni dio rješenja, osnovnog problema prikazan je na slici 3.6b, ono se sastoji od sljedećih koraka. Prvo se crta sustav karakterističnih kružnica te se crta tetiva AB kružnice vrhova, koja je tangenta na kružnicu ravnina i paralelna zadanoj ravnini AB . Kroz središte sustava kružnica crta se pravac okomit na AB i određuje se točka O u kojoj on presječe kružnicu polova. Iz O se crta pravac paralelan sumarnom napreznju p koji presijeca kružnicu vrhova u točkama C_1 i C_2 . Zatim se crtaju dužine AC_1 , BC_1 , AC_2 i BC_2 . Dužine AC_1 i BC_1 određuju jedan od mogućih smjerova ravnina klizanja, a dužine AC_2 i BC_2 su njihovi drugi mogući smjerovi.

Na sl. 3.6c pokazano je kako prema poznatoj sumarnoj sili koja djeluje na zadanu ravninu odrediti sumarne sile koje djeluju na ravnine klizanja. Grafička konstrukcija se temelji na svojstvima graničnog stanja naprezanja tla i sastoji se od rastavljanja zadane sumarne sile na komponente paralelno s ravninama klizanja.

Obzirom da osnovni problem ima dva rješenja, poligon sila, prikazan na slici 3.6c, sastoji se od dva trokuta sila. Stranice P_a i P_b predstavljaju sumarne sile na ravnine klizanja AC_1 i BC_1 , dok P_a' i P_b' predstavljaju sumarne sile na klizne ležaje AC_2 i BC_2 . Rješenje završava ucrtavanjem ravnina klizanja na sl. 3.6a, koje su paralelne AC_1 i BC_1 a koji definiraju jednu od

mogućih oblika elementarne prizme u graničnom stanju naprezanja, koja se može formirati ispod ravnine AB , i ucrtavanjem ravnina klizanja koji su paralelne AC_2 i BC_2 koje definiraju drugi mogući oblik prizme. Da bi se potvrdila valjanost rješenja gore opisanog osnovnog problema, dovoljno je usporediti konstrukciju prikazanu na slici 3.6b, s konstrukcijom na sl. 3.5, gdje trokut ABC_1 , konstruiran na sl. 3.6b, može se smatrati kao elementarna prizma u graničnom stanju naprezanja, isto kao i prizma ABC , granična ravnoteže koje razmotrena u prethodnom poglavlju.

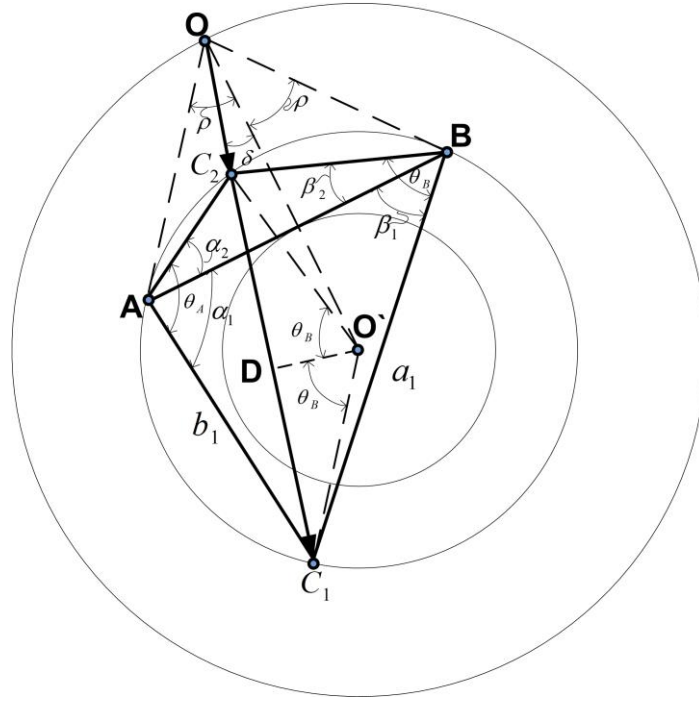
Gornja metoda za rješavanje osnovnog problema graničnog stanja naprezanja temelji se na rezultatima izravnog razmatranja graničnog stanja ravnoteže elementarne prizme tla i nema nikakve veze sa teorijom graničenih Mohrovih kružnica. Međutim, valja napomenuti da postoji neka veza između sustava karakterističnih krugova i granične Mohrove kružnice, ona se sastoji u tome da se kružnica vrhova može smatrati jednom od graničnih Mohrovih kružnica.

3.6. Analitičko rješenje temeljnog problema teorije granične ravnoteže tla

Analitičko rješenje osnovnog problema dano je formulama pomoću kojih je moguće izračunati kutove između ravnina klizanja i zadane ravnine.

One se mogu izvesti iz formula poglavlja 3.3, ali je jednostavnije koristiti rezultate iz prethodnog poglavlja. Ponovimo konstrukciju sa slike 3.6b (slika 3.7) te nacrtamo dodatne dužine koje spajaju središte sustava karakterističnih krugova i pol s točkama A , B , C_1 i C_2 . Razmotrimo četverokut AC_1BC_2 , budući da je upisan u kružnicu, zbroj njegovih kutova u vrhovima A i B mora biti jednaka zbroju dva prava kuta, tj. 180° , pa tako slijedi:

$$\theta_A = \pi - \theta_B, \quad \cos \theta_A = -\cos \theta_B \quad (3.32.)$$



Slika 3.7

Središnji kut $C_1O'C_2$, koji se opira na luk C_1C_2 , dvostruko je veći od upisanog kuta θ_B , koji se opira na isti luk. Iz centra sustava karakterističnih kružnica spuštamo okomicu na liniju C_1C_2O i označimo r_1 dužinu polumjera kružnice polova, a r_2 dužinu polumjera kružnice vrhova, tako se može zaključiti da:

$$O'D = r_1 \sin \delta = r_2 \cos \theta_B \quad (3.33.)$$

Ali obzirom na jednadžbu (3.31) $r_2 = r_1 \sin \rho$. Uvrstimo ovaj izraz u izrazu (3.33.) te tako dolazimo do jednadžbe,

$$\sin \delta = \sin \rho \cos \theta_B \quad (3.34.)$$

nakon čega dolazimo do slijedećih formula za određivanje kutova θ_B i θ_A :

$$\begin{aligned} \theta_B &= \arccos \frac{\sin \delta}{\sin \rho} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\sin \delta}{\sin \rho}, \\ \theta_A &= \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{\sin \delta}{\sin \rho} \end{aligned} \quad (3.35.)$$

Iz sl. 3.7 i od teorema o mjerenju kutova, čiji krakovi presjecaju kružnicu, odmah slijedi da je:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \theta_A, \alpha_1 - \alpha_2 = \angle C_2OB = \varphi + \delta \quad (3.36.)$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \theta_B, \beta_1 - \beta_2 = \angle C_2OA = \varphi - \delta \quad (3.37.)$$

Rješavanjem jednadžbi (3.36.) i (3.37.) s obzirom na nepoznate $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ i zamjenom kutova θ_A, θ_B s njihovim vrijednostima (3.35.) dolazimo do formula :

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi + \delta + \arcsin \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right) \quad (3.38.)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \delta + \arcsin \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right) \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi - \delta + \arcsin \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right) \end{aligned} \quad (3.39.)$$

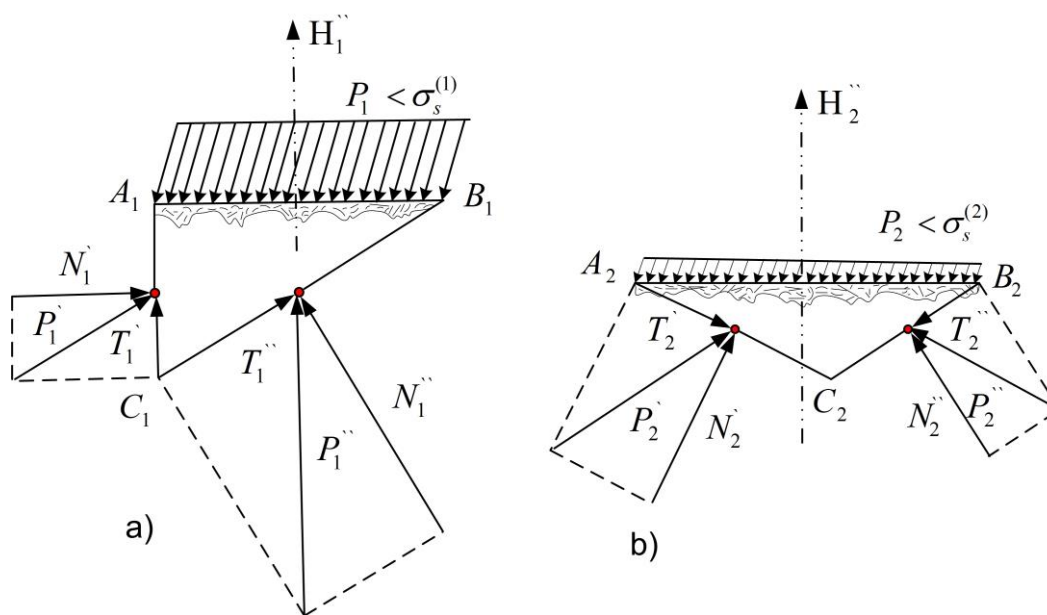
$$\beta_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi + \delta - \arcsin \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right)$$

iz kojih je moguće izračunati kutove između ozadane ravnine i ravnina klizanja. Ove formule definiraju dva analitička rješenja osnovnog problema koji odgovaraju dvama njegovim grafičkim rješenjima dobivenim u prethodnom poglavlju.

3.7. Vrste graničnog stanja naprezanja tla; Aktivno i pasivno stanje

Kao što je već napomenuto prije u metodi S. Goluškeviča osnovni problem teorije granične ravnoteže tla ima dva rješenja. Njima odgovaraju dva različite vrste graničnog stanja naprezanja, minimalno i maksimalno. Razlika između njih postaje posebno jasna kada je rubna ravnina AB

elementarne prizme ABC (slika 3.5) leži na granici razmatranog poluprostora tla, tj. kada naprezanje na njoj može biti izazvano samo vanjskim silama.



Slika 3.8

Na sl. 3.8 a i b prikazani su dvije elementarne prizme $A_1B_1C_1$ i $A_2B_2C_2$ koji su u graničnom stanju naprezanja, te su prikazani sumarne sile koje djeluju na njihovim bočnim ravninama, koje su zapravo ravnine klizanja. Na slici 3.8 a prikazana je prizma u minimalnom stanju naprezanja, a na slici 3.8 b u maksimalnom. Komponente sile P paralelne s ravninama na kojima djeluju su sumarne sile trenja. One održavaju stanje granične ravnoteže razmatrane prizme. Ako zbog nekog razloga ravnoteža bude poremećena, otpor trenja će se prevladati i prizme će se pokrenuti.

Prizma $A_1B_1C_1$ će početi klizati po jednoj od ravnina klizanja u smjeru suprotnom djelovanju sile trenja na toj ravnini. Pri tome projekcija pomaka središta prizme na vanjsku normalu na granicu poluprostora tla bit će negativna. Razmatrana prizma će se kao utiskivati u područje koje je zauzimalo tlo prije poremećaja njezine ravnoteže. Isto će se dogoditi i sa susjednim prizmama. Općenito, pojavit će se fenomen, koji se obično naziva slom tla.

Drugačiji slučaj je s prizmom $A_2B_2C_2$ i drugih elementarnih prizma kod kojih su kutovi između elementarnih ravnina klizanja, suprotni njenim rubovima koje se nalaze na granici, tupi. U ovom slučaju nakon što ravnoteža tla bude poremećena, prizme počinju kliziti duž jedne od ravnina klizanja, tako da će projekcija pomicanja središta na vanjsku normalu granice poluprostora bit će pozitivna, drugim riječima prizma će se gibati prema gore. Ona će se kao

istiskivati iz područja u kojem je bilo tlo prije poremećaja ravnoteže. Isto će se dogoditi i sa susjednim prizama. Općenito, pojavit će se fenomen koji se obično naziva izbočenjem ili ispupčenjem tla.

Slom tla na jednom od rubnih područja, u pravilu, popraćen je ispupčenjem s druge strane područja. Dimenzije tih područja određeni su dati početnim uvjetima inženjerskih problema, koji se rješavaju metodama teorije granične ravnoteže. Važno je napomenuti da karakter moguće kinemtičke slike pomaka točaka površine tla određuje vrstu njegovog graničnog stanja naprezanja. Ako na danom graničnom području dođe do sloma tla urušenjem, granično stanje naprezanja tla na graničnim točkama bit će minimalno. Granično stanje će biti maksimalnim ako se tlo na danom graničnom području slomi ispupčenjem.

4. Inženjerska primjena metode

4.1. Grafičke metode za određivanje tlaka tla na potpornim zidovima

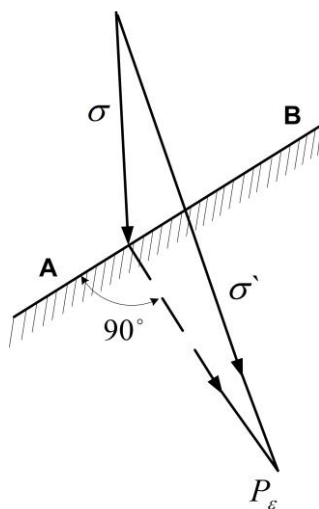
U ovom poglavlju razmotrit ćemo samu metodu prof. S. Goluškevič, koji daje grafičko rješenje problema teorije granične ravnoteže i općeg slučaja približne Coulombove metode bazirane na ravnim kliznim ravninama.

Grafičku metodu za određivanje pritiska tla na potporne zidove prema teoriji granične ravnoteže predložio je prof. S. Goluškevič. Treba se primijeniti posebno pri određivanju pasivnog pritiska tla na potporne zidove, budući da su rezultati izračuna koji koriste ovu metodu bliski onima dobivenim točnim metodama izračuna.

Prilikom određivanja aktivnog pritiska tla na okomitim potpornim zidovima može se ograničiti na primjenu metoda temeljenih na Coulombovim pretpostavkama, jer će u ovom slučaju dati točnost, točnije u praktične svrhe, zahtijevajući minimalne izračune ili konstrukcije. Grafička metoda Goluškeviča, detaljnije opisana u nastavku, općenito se sastoji od sljedećeg.

Na osnovu grafičke konstrukcije utvrđuju se položaj i oblik kliznih ravnina, koji su bliski točnoj krivulji klizave ravnine, ali odgovaraju nedostatku volumenskih sila. Kao što pokazuje utjecaj obujamskih sila na oblik kliznih krivulja u području ograničavajućeg stanja naprezanja je beznačajan.

U konstrukciji ravnine klizanja i rješavanju brojnih drugih problema teorije granične ravnoteže, uzima se u obzir smanjeno naprezanje σ' , koji predstavlja geometrijski zbroj (sl. 4.1) djelujućeg naprezanja σ i povezanosti p_s .



Slika 4.1.

$$\sigma' = \sigma + p_s \quad (4.1.)$$

Tada će stanje graičnog naprezanja u bilo kojem trenutku masiva tla biti:

$$|\bar{\tau}| = \sigma'_n \operatorname{tg} \varphi \quad (4.2.)$$

Prilikom određivanja ravnine klizanja, prijelaz urušavanja podijeljen je na tri područja (slika 4.1): područje maksimalnih naprezanja AOB, posebno područje BOC i područje minimalnih naprezanja COD. U području maksimalnog i minimalnog obrisa klizne ravnine je izravno linearan, a u posebnom području predstavlja logaritamsku spiralu koja je konjugirana s ravnim kliznim ravninama.

Smjer kliznih ravnina u područjima klizanja u području maksimalnih i minimalnih naprezanja određuje se ravnotežom u tlu iza zadržavajućeg zida novih svojstava graničnog kruga naprezanja, dok Goluškevič preporučuje korištenje slijedećeg načina konstruiranja.

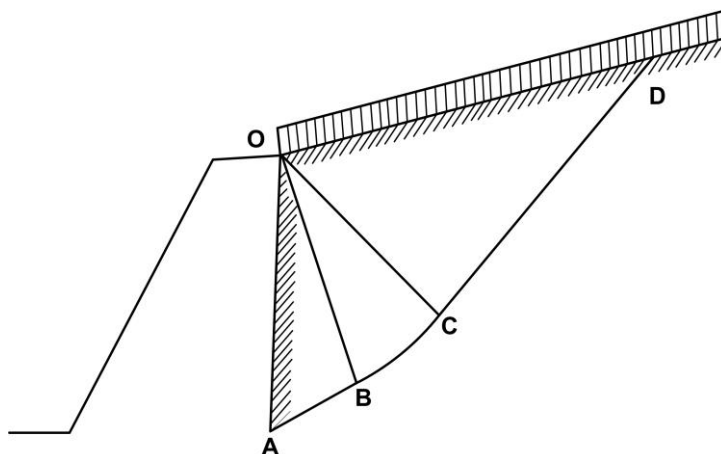
Izradimo pravokutni trokut (slika 4.2), jedan od oštih kutova jednak je kutu unutarnjeg trenja tla. Od vrha glave ispustimo okomicu na hipotenuzu, a iz vrha kuta, koja je jednaka $90^\circ - \varphi$, opisujemo tri kruga s radijusom CD, CB i CA.

Prvi manja kružnica naziva se kružnica ravnina, srednja kružnica je kružnica vrhova, a velika kružnica, kružnica polova. Lako je vidjeti iz dužine ABEC da je kut $\angle ACE = 2(90^\circ - \varphi)$

Uzimamo bilo koju točku M na kružnici vrhova i spojimo ju tangentom krajnje točke kružnice vrhova na kružnicu ravnina, na primjer, tetivom kružnice AE. Iz teorema upisanih kutova slijedi da:

$$\angle AME = \frac{1}{2} \angle ACE \quad (4.3.)$$

$$\angle AME = 90^\circ - \varphi \quad (4.4.)$$



Slika 4.2.

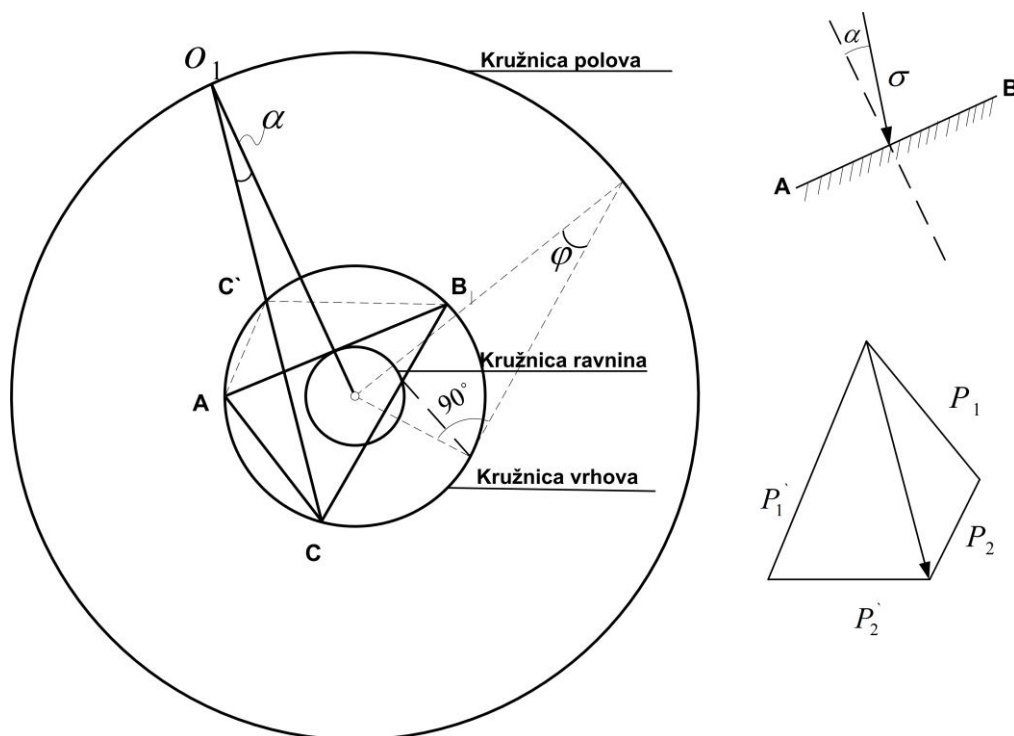
To će biti slučaj ako smjer tetive CM ne presijeca tetivu kružnice AE, ali ako CM' presijeca AE, onda možemo pokazati da $\angle AM'E = 90^\circ + \varphi$. Budući da se klizne plohe u tlu, koje su u uvjetima maksimalne ravnoteže, međusobno presijecaju pod kutom od $90^\circ - \varphi$ ili $90^\circ + \varphi$ onda se tetive MA i ME mogu smatrati kliznim ravninama. Iz toga slijedi da ako područja u tlu, koja se nalaze u krajnjoj ravnoteži, slažu da se predstavljaju paralelnim tetivama kružnice vrhova koje su tangentne tetiva kružnice ravnina, onda svaka od dviju ravnih linija koja prolaze kroz krajeve dužina i presijecaju se na kružnici vrhova paralelno s mogućim mjestima klizanja, prolazeći kroz krajeve mjesta koja se razmatra.

Ova situacija omogućuje nam da koristimo sustav karakterističnih kružnica za rješavanje brojnih problema u teoriji granične ravnoteže.

4.2. Glavni zadatak

Za elementarno područje AB, smješteno unutar medija s izuzetno napregnutim stanjima, potrebno je odrediti smjer mjesta klizanja koji prolazi kroz krajeve ovog područja A i B.

Rješenje ovog problema izvedeno je na sl. 4.2 je kako slijedi.



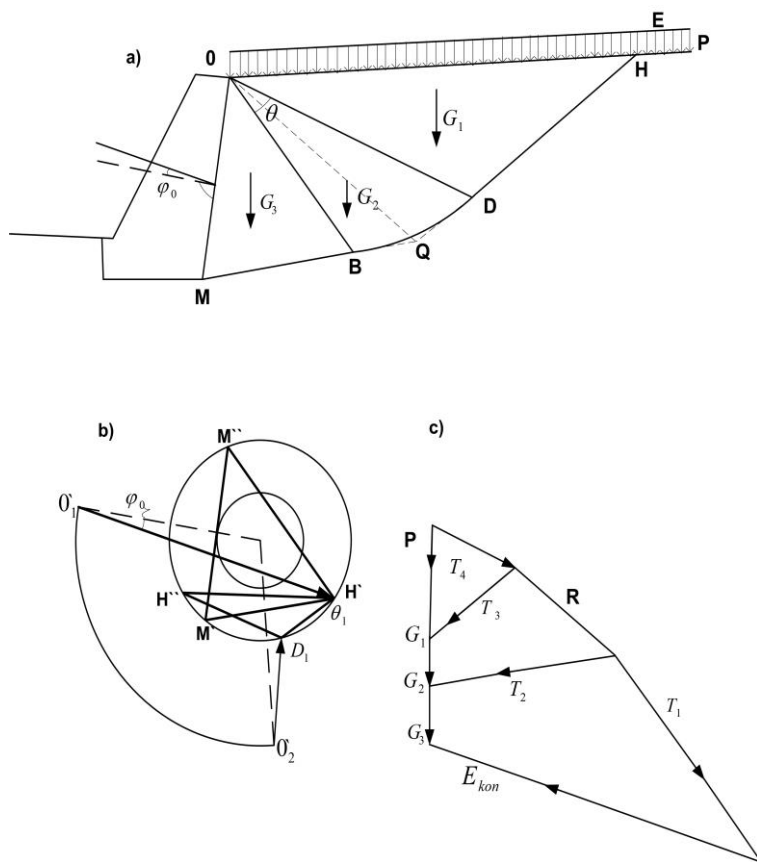
Slika 4.3.

Za određeni kut unutarnjeg trenja, konstruiramo sustav karakterističnih krugova.

Sada izvodimo dužinu A_1B_1 kružne tangente na kružnicu ravnina i paralelano s danim područjem AB, ravno se crta kroz središte sustava kružnica. Okomito na A_1B_1 definirana je točka O_1 u kojoj pravac siječe kružnicu polova. Ravna linija paralelna sa smanjenim naprežanjem σ' i presiječenom kružnicom vrhova na točkama C i C_1 , izvlače se kroz točku 0 kao što je ranije dokazano. Linije A_1C i B_1C definiraju jedan od mogućih pravaca kliznih ravnina, a linije A_1C' , B_1C' definiraju druge moguće smjerove. Na temelju svojstva konjugacije naprezanja preko mjesta sklizanja na istoj sl. 4.3. (desno) konstruirana je dekompozicija smanjenog naprežanja σ' u dva smjera p_1ip_2 paralelno s prvim smjerovima mjesta klizanja p_1ip_2 , a paralelno drugi smjer, jer problem ima dva rješenja. Napominjemo da se rješenje osnovnog problema teorije gornje granične ravnoteže koja se gore razmatrala može provesti uz pomoć uobičajne kružnice graničnog naprežanja bez pribjegavanja sustavu karakterističnih kružnica.

Grafička metoda se koristi za određivanje pasivnog i aktivnog tlaka tla na potpornim stjenkama koje imaju ravnu površinu za punjenje i ravnu stražnju stranu. Kao što je ranije navedeno, prema izračunima S.Golushkevich i V.S. Khristoforova. Konstrukcija kliznih ravnina bez snage volumena ne uvodi značajne pogreške u izračunu tlaka tla na potporne zidove.

Pri određivanju pritiska tla iz ravnotežnog stanja prizme kolapsa, naravno, potrebno je uzeti u obzir snagu volumena (učinak vlastite težine tla). Sl. 4.4. prikazuje konstrukciju površine klizanja u slučaju pasivnog tlačnog tla (otpora) na nosaču. Konstrukcija se temelji na gore navedenom načinu gradnje klizne ravnine za slučaj ovdje navedenog glavnog problema.



Slika 4.4

Prije svega, prati se stražnja strana zida i površina zatrpavanja (slika 4.4. a). Nadalje, u proizvoljnom mjestu crteža sustav karakterističnih kružnica podešava se prema zadanoj vrijednosti kuta unutarnjeg trenja tla (sl. 4.4. b).

Da biste odredili obrise područja maksimalnih naprezanja, izvucite tetivu kružnice $M'M''$ i paralelno sa stražnjim rubom OM zida od središta karakterističnih kružnica do točke tangencije izvučene tetive kružnice $M'M''$, okomica se ispušta i proteže se do presjecišta s kružnicom polova, od dobivene točke O_1' se izvlači pod određenim kutom φ_0 jednakim kutu trenja tla na zidu, ravnu liniju $O_1'B_1$ do sjecišta na točki B_1 s kružnicom vrhova; dobivena točka B_1 pridružuje se krajevima tetive kružnice $M'M''$, što daje smjer kliznih ravnina. Na slici 4.4.a, klizne plohe paralelne s kliznim ravninama su OB : paralelno s $M''B_1$ i MB paralelno s $M'B_1$.

Na isti način se vrši pri konstruiranju OD ravnine (slika 4.4. a), tj. linija $H''H'$ paralelna je s površinom OH, od središta karakterističnih kružnica. Ravna crta se izvlači kroz točku kontakta tetiva $H''H'$ dok se ne preklapa s krugom stupovi na točki O_2' . Od točke O_2' ravna linija $O_2'D_1$ paralelna je s vanjskim opterećenjem, sve dok se ne presijeca sa kružnicom vrhova na točki D_1 , koja je povezana s krajevima prethodno konstruirane tetive $H''H'$. Dobivene smjernice su i bit će upute. Iz točke O (sl. 4.4. a) nacrtamo ravnu liniju OD paralelno s područjem $H''D_1$.

Dakle, kao rezultat opisane konstrukcije nalazimo obrise OMB prizma za područje maksimalnih naprezanja i kut koji su napravili OB i OD kliznih ploha u posebnom području.

Nepoznata vrijednost OD radijusa singularne domene izračunava se analitički, uzimajući u obzir obris BD krivulje duž logaritamske spirale. Prema jednadžbi logaritamske spirale, možemo pisati:

$$\frac{r_{počet}}{r_{konačon}} = e^{-\theta_{g\varphi}} \quad (a) \quad (4.5.)$$

Uzimajući segment \overline{OB} , dobivamo:

$$\overline{OD} = \overline{OB} \frac{1}{e^{-\theta_{g\varphi}}} \quad (b) \quad (4.6.)$$

Imajte na umu da pri izradi ravnine klizanja za aktivni pritisak na tlo na potporni zid, potrebno je izračunati $r_{poččet}$ i $r_{konačon}$ vrijednost, što očito može biti izvedeno i iz formule (a). Mjerenje dužine OB i kut između OB i OD, tj. Kut θ , prema crtežu (slika 4.4. a), koristeći formulu(b) odrediti vrijednost OD *. Iz točke D nacrtajte ravnu liniju DH, paralelnu s $D_1 H$ (slika 4.4. b), a dodatno spojite točku D glatkom krivuljom s točkom B. Time se završava konstrukcija ravnine klizanja MBDH. Imajte na umu da istovremeno s konstrukcijom kliznih ravnina potrebno je pronaći sjecišta tragova površina MB i DH, m. F. Točka Q, od ravne linije OQ je linija djelovanja sile koja balansira pritisak na OB i OD, smjer koji je potrebno poznavati za grafičko određivanje, osim toga, za izračunavanje težine BOD klina (sektora logaritamske spirale) potrebno je odrediti njegovo područje, koje se može izračunati iz formule:

$$F = \frac{1}{4tg\varphi} (r_1^2 - r_2^2) \quad (b) \quad (4.7.)$$

Gdje su r_1 i r_2 dužine radijus vektora koji graniče područjem logaritamske spirale.

4.3. Određivanje nastalog tlaka

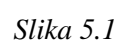
Nadalje određujemo pojedinačna područja MOB, BOD i ODH prisilnih kolapsa i primjenjujemo ih u središtu gravitacije odgovarajućih ravnina. Za izračunavanje vrijednosti pasivnog tlačnog tlaka E_n , izrađujemo poligon sila (slika 4.4, c). Da bismo to učinili, precrtali smo u mjerilu sile veličine nastalog ravnomjerno raspoređenog opterećenja P na površini OH i količinama G_1 , G_2 i G_3 koje odgovaraju težinama pojedinačnih područja prizme kolapsa.

Nadalje, iz krajnjih točaka segmenta P + G_1 crtaju se linije paralelne s $D_1 H$ i $D_1 H''$, ili (što je ista stvar) paralelne s DH i OD, pronađemo geometrijski zbroj vektora T_3 i G_2 i rastavljamo ga po smjerovima OQ i MQ. Vektor T_2 se dodaje G_3 i rastavlja se uz smjer OB i smjer paralelan s pasivnim tlačnim tlakom koji je jednak zidu, to jest u smjeru $O_1 \setminus B_1$.

Izravno na ljestvici poligona sila određujemo vrijednost E_n , tj. posljedicu pasivnog tlaka tla na zidu.

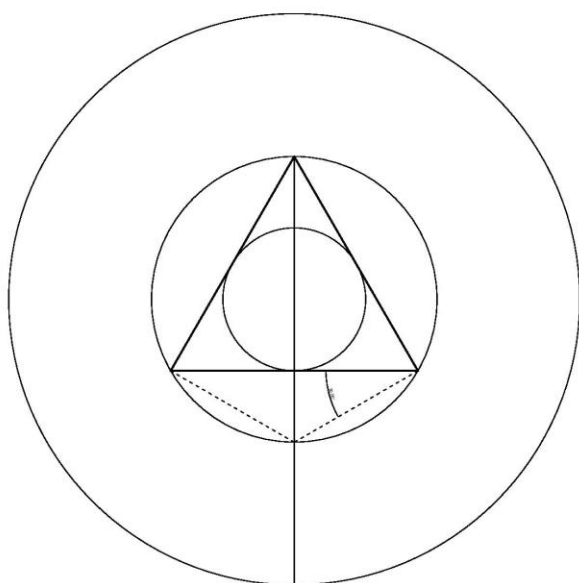
Slično tome, može se djelovati pri određivanju vrijednosti aktivnog tlaka E_a tla na potpornim stjenkama, ali u ovom slučaju, analitičke metode i čisto grafičke zasnovane na pretpostavci ravnih kliznih ravnina bit će učinkovitije.

Da bi smo proveli metodu prof. S. Goluškeviča potrebno je konstruirati kinematičku sliku aktivnog klina tla (sl 5.1.).

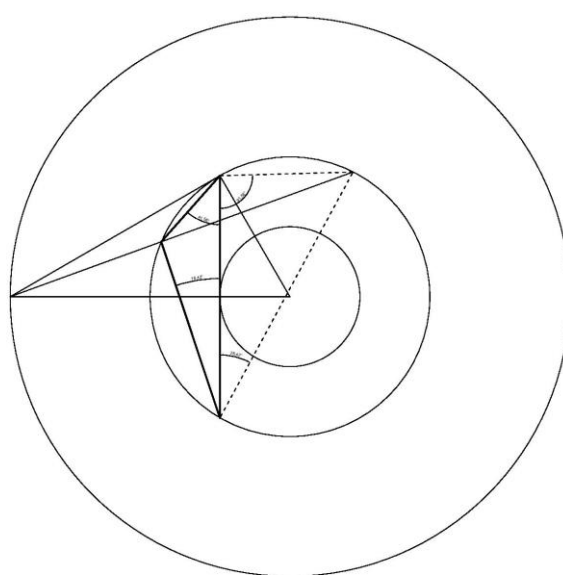


Konstruiramo sustav karakterističnih krugova Goluškeviča:

Sustav karakterističnih krugova Golushkevicha

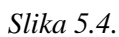


Slika 5.2.



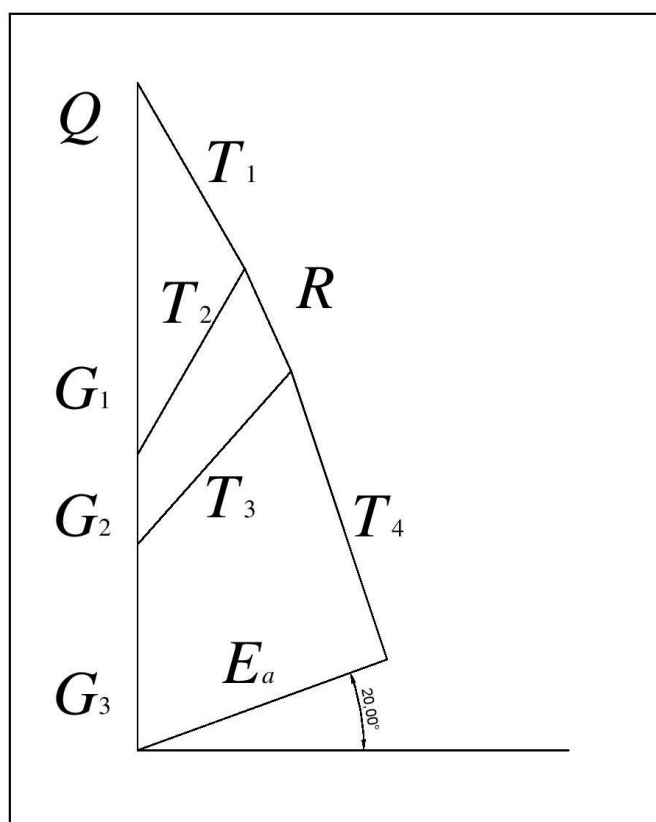
Slika 5.3

Proračun posebno područje (logaritamska zavojnica):									
AKTIVNI TLAK					PASIVNI OTPOR				
$r_{kon} =$		7,66 m			$r_{poč} =$		3 m		
$\theta =$		12 °	0,2094 rad		$\theta =$		12 °	0,2094 rad	
$\varphi =$		30 °	0,5236 rad		$\varphi =$		30 °	0,5236 rad	
$r_{poč} =$		6,79 m			$r_{kon} =$		3,39 m		
Račun sila:									
		q ili γ		L ili A					
$Q =$		5 kN/m2		6,79 m		33,95 kN/m'			
$G_1 =$		20 kN/m3		19,96 m2		399,2 kN/m'			
$G_2 =$		20 kN/m3		5,27 m2		105,4 kN/m'			
$G_3 =$		20 kN/m3		12,11 m2		242,2 kN/m'			
Očitano:				Mjerilo					
$E_a =$		3,0857 m		100		308,57 kN/m'			



Konstruiramo poligon sila:

M 100kN=1cm



Analitičko i grafoanalitičko rješenje S. Goluškeviča :

		Zadano							
Visina zida:		$H =$		10 m					
Kut trenja:		$\varphi =$	30 °	0,5236 rad					
Kohezija (za sad uvijek 0):		$c =$		0 kN/m2					
Zapreminska težina:		$\gamma =$		20 kN/m3					
Kut nagiba opterećenja:		$\varepsilon =$	0 °	0,0000 rad					
Kut trenja zida i tla:		$\delta =$	20 °	0,3491 rad					
Vanjsko opterećenje:		$q =$		5,0000 kN/m'					
Proračun kuteva uz zid, G3:					Uz vanjsko opterećenje:				
$\alpha_{1l} =$	1,5984	91,5801 °	Minimalno stanje	$\alpha_{1d} =$	1,0472	60,0000 °	Minimalno stanje		
$\beta_{1l} =$	0,4960	28,4199 °		$\beta_{1d} =$	1,0472	60,0000 °			
$\alpha_{2l} =$	0,7257	41,5801 °	Maksimalno stanje	$\alpha_{2d} =$	0,5236	30,0000 °	Maksimalno stanje		
$\beta_{2l} =$	0,3215	18,4199 °		$\beta_{2d} =$	0,5236	30,0000 °			
Zaključak: veći kut je alfa ako imamo aktivno stanje naprezanja									
Stanje uz zid, G3:									
Površina trokuta OBM:									
OBM	12,11	m2							
G ₁ =	242,15	kN/m'							

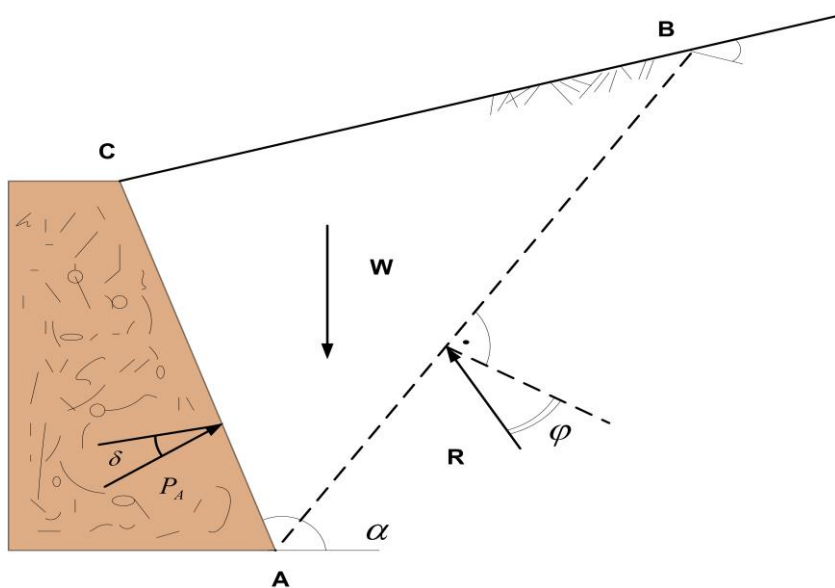
Proračun posebno područje (logaritamska zavojnica), G2:							
AKTIVNI TLAK				PASIVNI OTPOR			
Za aktivni tlak se zadaje konačni pa se dobiva početni				Za pasivni otpor se zadaje početni pa se dobiva konačni			
$r_{kon} =$			7,6634 m	$r_{poč} =$			1 m
$\theta =$	11,5801 °		0,2021 rad	$\theta =$	12 °		0,2094 rad
$\varphi =$	30 °		0,5236 rad	$\varphi =$	30 °		0,5236 rad
$r_{poč} =$			6,8193 m	$r_{kon} =$			1,13 m
OBM	5,29 m ²						
$G_2 =$	105,86 kN/m'						
Stanje na površini uz opterećenje, G1:							
Površina trokuta ODH:							
OH	6,8193 m						
ODH	20,14 m ²						
$G_1 =$	402,73 kN/m'						

Račun sila prema poligonu sila (grafoanalitička metoda):								
Iznosi isila:			q ili γ	L ili A				
$Q =$			5,0000 kN/m2	6,8193 m			34,10 kN/m'	
$G_1 =$			20 kN/m3	20,1365 m2			402,73 kN/m'	
$G_2 =$			20 kN/m3	5,2930 m2			105,86 kN/m'	
$G_3 =$			20 kN/m3	12,1073 m2			242,15 kN/m'	
<p>Određivanje smjera sile R u posebnom području (unutar logaritamske zavojnice):</p>								
$l =$	5,99							
$\psi =$	0,4245	24,3226 °						

Poligon sila, grafoanalitička metoda:						
1) T_1 i T_2						
	T_1	T_2	B	T_2	T_1	B
$\Sigma F_x = 0$	-0,5000	0,5000	0,0000	0,5000	-0,5000	0,0000
$\Sigma F_y = 0$	0,8660	0,8660	436,8271	0,8660	0,8660	436,8271
$T_1 =$	252,20	kN/m'				
$T_2 =$	252,20	kN/m'				
2) T_3 i R						
	T_3	R	B	R	T_3	B
$\Sigma F_x = 0$	0,6637	-0,4119	126,1011	-0,4119	0,6637	126,1011
$\Sigma F_y = 0$	0,7480	0,9112	324,2744	0,9112	0,7480	324,2744
$T_3 =$	272,19	kN/m'				
$R =$	132,42	kN/m'				
3) E_a i T_4						
	E_a	T_4	B	T_4	E_a	B
$\Sigma F_x = 0$	0,9397	-0,3160	180,6427	-0,3160	0,9397	180,6427
$\Sigma F_y = 0$	0,3420	0,9488	445,7511	0,9488	0,3420	445,7511
$E_a =$	312,35	kN/m'				
$T_4 =$	357,22	kN/m'				
$E_a =$					312,35	kN/m'
					$z =$	10

Dobiveni aktivni tlak iznosi: $E_a = 312,35 \text{ kN/m'}$

Nakon svega provedenog sada možemo napraviti usporedbu sa Coulombovom metodom :



Slika 5.5.

Podaci za Coulombov proračun:							
$q =$	100	kN/m'					
$\gamma =$	20	kN/m ³					
Geometrija zida:							
$z =$	10	m					
$\alpha =$	$\varphi =$	$\beta =$	$\delta =$	$k_a =$	$k_p =$	$k_a =$	
90	30	0	20	0,2973	6,1054	0,3333	
$\sigma_{z0} = q =$	5	kN/m ²					
$\sigma_z =$	200	kN/m ²					
$\sigma_{x0} =$	1,486569						
$\sigma_x =$	60,94934						
$E_a =$	312,1796	kN/m'					

Zaključujemo da dobivena sila aktivnog tlaka metodom Goluškeviča iznosi $E_a = 312,35 \text{ kN/m'}$, a prema Coulombovm rješenju $E_a = 312,1796 \text{ kN/m'}$, što potvrđuje sličnost rezultata. Razlika Coulomba u odnosu na Goluškeviča je svega 1,3% što je zanemarivo malo.

6. Zaključak

Kroz ovaj završni rad poseban naglasak dali smo na metodu prof. S.Goluškeviča, koji rješava problem teorije granične ravnoteže i općeg slučaja metode bazirane na ravnim kliznim ravninama. Takva metoda zove se grafička metoda za određivanje pritiska tla na potporne zidove prema teoriji granične ravnoteže.

Uspoređivali smo dvije metode, metodu prema Goluškeviču i metodu prema Coulombu. Na osnovu grafičke konstrukcije utvrdili smo položaj i oblik kliznih ravnina, nakon čega smo određivali težinu pojedinih dijelova prizme kolapsa koristeći uobičajeni poligon gdje sile određuju pritisak zemlje na potporni zid. Za određeni kut trenja konstruiran je sustav karakterističnih krugova.

Grafička metoda se koristi za određivanje pasivnog i aktivnog tlaka tla na potpornim stjenkama koje imaju ravnu površinu za punjenje i ravnu stražnju stranu. Kao što je ranije navedeno, prema izračunima S.S. Goluškeviča i V.S. Khristoforova. Konstrukcija kliznih ravnina bez snage volumena ne uvodi značajne pogreške u izračunu tlaka tla na potporne zidove.

Metode za grafičko određivanje pritiska tla na zidovima podne stjenke sada su razvijene samo za labavo tlo. Na temelju gore navedenog mogu se primijeniti i u slučaju kohezivnih tala, samo je potrebno, uz konačnu konstrukciju dijagrama raspodjele tlaka za stražnju stranu zida, uzeti u obzir zadržavajući učinak kohezijskih sila.

Grafičke metode za određivanje pritiska tla na zidovima podne stjenke, temeljene na pretpostavci ravnih kliznih površina, trebaju se primijeniti na temelju gore navedenog samo pri određivanju aktivnog tlaka, kada su rezultati blizu točnosti.

Prilikom određivanja istog pasivnog tlaka potrebno je koristiti grafičku metodu Goluškeviča, koja se razmatra u ovom završnom radu. Prednost grafičkih metoda je njihova vidljivost i samo kontroliranje konstrukcija, što uklanja velike pogreške i sposobnost da se uzme u obzir niz uvjeta koji kompliciraju analitička rješenja (nagib stražnjeg ruba zida, bilo kakav obris zatrpavanja, dopuštenje za trenje tla na zidu, stratifikacija tla itd.).

U Varaždinu _____

Lucija Kučina

7. Literatura

Knjige:

- [1] Golushkevich, S.S. (1957): Statika predelnih sastoyanii gruntovyh mass, M.Gostehizdat
- [2] Caquot, A. (1934): Equilibre des massifs a froftremenet interne, Paris.
- [3] Coulomb, C. (1773): Application des regles de maximis et minimis a quelques problemes de statique, relatifs a l'architecture. Memoires de savants etrangers de l'Acad. Des. Sc., De Paris.
- [4] Rankine, W. (1857): On the stability of loose earth, Lond., Phil., Trans.
- [5] Prandtl, L. (1920): Ueber die Harte plastischer Korper, Gottingen Nachrichten.
- [6] Tsytovich, N.K. (1963): MEKHANIKA GRUNTOV, GOSUDARSTVENNOYE IZDATEL'STVO LITERATURY PO STROITEL'STVU, .ARKHITEKTURE I STROITEL'NYM MATERIALAM, Moskva.

Internet izvori:

- [7] https://www.researchgate.net/publication/272960858_Potporne_gradevine_i_gradevine_jame
- [8] <http://nastava.tvz.hr/zlatovic/knjiga/9.pdf>
- [9] <http://www.grad.hr/gukov/pdf/djelovanja.pdf>
- [10] http://rgn.hr/~lfrgic/nids_lfrgic/PDF_Print_Tehnicka%20mehanika_Geoloz/Print_PDF_G/Print_11_Naprezanja%20i%20deformacije_G.pdf
- [11] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Naprezanje>

Sveučilište
SjeverSVEUČILIŠTE
SJEVERIZJAVA O AUTORSTVU
I
SUGLASNOST ZA JAVNU OBJAVU

Završni/diplomski rad isključivo je autorsko djelo studenta koji je isti izradio te student odgovara za istinitost, izvornost i ispravnost teksta rada. U radu se ne smiju koristiti dijelovi tuđih radova (knjiga, članaka, doktorskih disertacija, magistarskih radova, izvora s interneta, i drugih izvora) bez navođenja izvora i autora navedenih radova. Svi dijelovi tuđih radova moraju biti pravilno navedeni i citirani. Dijelovi tuđih radova koji nisu pravilno citirani, smatraju se plagijatom, odnosno nezakonitim prisvajanjem tuđeg znanstvenog ili stručnoga rada. Sukladno navedenom studenti su dužni potpisati izjavu o autorstvu rada.

Ja, Lucija Kučina (ime i prezime) pod punom moralnom, materijalnom i kaznenom odgovornošću, izjavljujem da sam isključivi autor/ica završnog/diplomskog (obrisati nepotrebno) rada pod naslovom Granično stanje naprezanja prema grafičkoj metodi S. Goluškevića (upisati naslov) te da u navedenom radu nisu na nedozvoljeni način (bez pravilnog citiranja) korišteni dijelovi tuđih radova.

Student/ica:
(upisati ime i prezime)

Kučina Lucija
(vlastoručni potpis)

Sukladno Zakonu o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju završne/diplomske radove sveučilišta su dužna trajno objaviti na javnoj internetskoj bazi sveučilišne knjižnice u sastavu sveučilišta te kopirati u javnu internetsku bazu završnih/diplomskih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice. Završni radovi istovrsnih umjetničkih studija koji se realiziraju kroz umjetnička ostvarenja objavljuju se na odgovarajući način.

Ja, Lucija Kučina (ime i prezime) neopozivo izjavljujem da sam suglasan/na s javnom objavom završnog/diplomskog (obrisati nepotrebno) rada pod naslovom Granično stanje naprezanja prema grafičkoj metodi S. Goluškevića (upisati naslov) čiji sam autor/ica.

Student/ica:
(upisati ime i prezime)

Kučina Lucija
(vlastoručni potpis)